



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**  
**ESCUELA DE CIENCIAS FORESTALES**

**DEPARTAMENTO DE MANEJO DE RECURSOS FORESTALES**

---

**CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO FUSTAL PARA LENGA**  
***Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl), EN LA XII REGIÓN**

Memoria para optar al Título  
Profesional de Ingeniero Forestal

**CARLOS JESÚS OYARZÚN LILLO**

Profesor Guía: Sr. Fernando Cox Z. Ingeniero Forestal,  
Doctor en Ciencias Forestales

---

**Santiago, Chile**

**2008**

**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES**  
**ESCUELA DE CIENCIAS FORESTALES**  
**DEPARTAMENTO DE MANEJO DE RECURSOS FORESTALES**

**CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO FUSTAL PARA LENGUA**  
***Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl), EN LA XII REGIÓN**

Memoria para optar al Título  
Profesional de Ingeniero Forestal

**CARLOS JESÚS OYARZÚN LILLO**

Calificaciones:	Nota	Firma
Prof. Guía Sr. Fernando Cox Z.	6.5	.....
Prof. Consejero Sr. Patricio Corvalán V.	7.0	.....
Prof. Consejero Sr. Jorge Gilchrist M.	6.5	.....

## **AGRADECIMIENTOS**

Deseo expresar mi reconocimiento a la paciencia del profesor Fernando Cox, por la demora en la finalización de esta memoria.

Finalmente para toda persona que desee sentirse agradecido por el autor, que sienta mis más honestas gratitudes y deseos de unidad. En especial para un avecilla migratoria que, de cuando en cuando, se posaba en mi ventana.

## **INDICE**

### **RESUMEN**

### **SUMMARY**

<b>1.- INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>6</b>
<b>2.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>7</b>
2.1.- ANTECEDENTES GENERALES DE LA ESPECIE.....	7
2.3.- ANTECEDENTES DENDROMÉTRICOS .....	8
2.3.1.- Generalidades sobre el modelamiento fustal .....	8
2.3.2.- Funciones de ahusamiento y volumen .....	9
2.3.3.- Espesor de corteza y funciones estimadoras.....	12
2.3.4.- Funciones de diámetro al fin del fuste limpio.....	14
<b>3.- MATERIAL Y MÉTODO.....</b>	<b>16</b>
3.1.- MATERIAL.....	16
3.1.1.- Ubicación geográfica del área de estudio .....	16
3.1.2.- Antecedentes generales del área de estudio .....	17
3.1.3.- Sobre la base de datos dendrométricos .....	19
3.2.- MÉTODO .....	20
3.2.1.- Validación de la Base de Datos .....	20
3.2.2.- Partes del Modelo Fustal .....	21
3.2.3.- Método de ajuste y evaluación de las funciones.....	22
3.2.4.- Validación de las funciones .....	24
3.2.5.- Validación del modelo .....	25
3.2.6.- Función de ahusamiento para el fuste limpio .....	26
3.2.7.- Función de diámetro al fin del fuste limpio y Función de altura de tocón: .....	26
3.2.8.- Función de espesor de corteza al DAP .....	27
<b>4.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....</b>	<b>27</b>
4.1.- FUNCIONES DE AHUSAMIENTO .....	28
4.2.- FUNCIONES COMPLEMENTARIAS .....	32
4.2.1.- Función de diámetro al fin del fuste limpio.....	35
4.2.2.- Función de diámetro sin corteza y espesor de corteza.....	37
4.2.3.- Función de altura de tocón.....	40
4.3.- PRUEBAS DE VIOLACIÓN DE SUPUESTOS .....	41
4.4.- VALIDACIÓN DE LAS FUNCIONES EN CONJUNTO.....	43
<b>5.- CONCLUSIONES .....</b>	<b>47</b>
<b>6.- BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>48</b>
<b>APENDICES.....</b>	<b>54</b>

## RESUMEN

Mediante el uso del método de regresión, con su variante “paso a paso”, se ajustaron funciones tomadas de bibliografía y otras propuestas por el autor; estimadoras del ahusamiento, del diámetro al inicio de copa, de espesor de corteza y de altura de tocón; sobre una base de datos de 386 individuos de Lenga (*Nothofagus pumilio*), que fueron medidos y cubcados en cinco sectores de la XII Región de Magallanes y Antártica Chilena.

La obtención de las mejores ecuaciones en cada grupo se realizó en base a un ranking de acuerdo a sus capacidades predictivas, en la que se utilizaron las siguientes medidas de error: Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM), Desviación Estándar de los Residuos (DSR), Diferencia Agregada (DIFA).

La obtención del mejor grupo de funciones, para un sistema único de estimación, se realizó de acuerdo a sus capacidades predictivas para la estimación del volumen total; en base a la integración de la función de ahusamiento; hasta el inicio de la copa, y de la sección comprendida entre la altura de tocón y los cuatro primeros metros del fuste, dentro de rangos de clases diamétricas

Las mejores ecuaciones seleccionadas presentan una DIFA con un error alrededor del 3%.

**Palabras clave:** *Modelo Fustal, Funciones de ahusamiento, Estimación de volumen, Bosque nativo, Especie latifoliada.*

## **SUMMARY**

Using the regression analysis with the stepwise method, several equations related to the dendrometric variables stem profile, diameter at crown height, bark thickness, and stump height were fitted to 386 individual trees of Lenga (*Nothofagus pumilio*). Selected trees were chosen in five areas of the XII region of Magallanes and Antartica (Chile). The equations were taken from the bibliography or were proposed by the author.

To obtain the best estimation for each dendrometric variable, the equations were ranked according to the square root of the quadratic mean error (RECM), the residual standard deviation (DSR), and bias (DIFA). Selected equations were then used for the generation of a volumetric estimation system which was based on the integration of the stem profile function. Such system predicted the total volume (up to a height equal to the base of the live crown) and the volume section up to four meters height.

The Bias presented by the selected equations ranged around 3%.

**Key words:** *Stem model, Profile equations, Volume estimation, Native forest, Hardwood specie.*

## 1.- INTRODUCCIÓN

El manejo de bosques nativos de alta producción requiere de métodos efectivos y directos para la estimación de atributos dendrométricos y dasométricos, que faciliten el manejo y la toma de decisiones sobre este recurso de una manera confiable y precisa. Tal es el caso de los bosques de Lenga (*Nothofagus pumilio* (Poepp et Endl) Krasser) en Magallanes, en donde el objetivo de las empresas es llevarlos a un estado de máxima productividad de una forma sostenida.

La construcción de diferentes modelos y funciones para el bosque nativo siempre ha representado un desafío para la mensura, básicamente por las dificultades inherentes de las especies, en términos de alta heterogeneidad en la forma y bifurcaciones en el fuste que dificultan la estandarización de los criterios de medición, aumentando con esto el sesgo en las estimaciones resultantes. De esta forma, una opción para capturar esta variabilidad natural de las especies y disminuir la incertidumbre sobre el perfil del fuste, es la construcción de un modelo fustal completo para la especie en cuestión, que, basada en criterios uniformes, permita modelar las diferentes partes que componen el fuste del árbol, obteniendo así una mayor utilidad y control de las variables descriptoras de la forma y dimensiones del árbol.

Prodan *et al.* (1997), definen los modelos fustales como funciones que representan la variación diamétrica a lo largo del fuste en función de dos o más variables independientes, constituyendo una importante herramienta estadística y un sistema flexible de procesamiento de datos para determinar existencias y productos.

En esta memoria se construirá un modelo fustal para Lenga en Tierra del Fuego, constituido por funciones descriptoras del: ahusamiento, diámetro al fin del fuste limpio, espesor de corteza a la altura del Dap y altura del tocón. Estas funciones serán en conjunto obtenidas de dos fuentes: revisión bibliográfica y proposiciones del autor. De esta forma, se entregará modelo fustal con las mejores funciones modeladoras de cada tipo, en base a un proceso de selección y validación estadística pero con énfasis en su capacidad predictora.

## 2.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### 2.1.- ANTECEDENTES GENERALES DE LA ESPECIE

Lenga (*Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl)) es un árbol monoico, de hasta 30 m de altura. Sus hojas son caducas, simples de 2 – 4 cm de largo; las venas terminan en el seno de cada dos dientes. Su flor masculina es solitaria. El fruto es una nuez triquetra (Rodríguez *et al.*, 1983).

El duramen es café claro con tintes amarillentos a rosado, sin diferencias con la albura (Díaz *et al.*, 1989), que es blanquecino-amarillenta (Rodríguez *et al.*, 1983). Los anillos de crecimiento son poco notorios. El veteado es liso y de textura fina y homogénea. Madera con una densidad de 550 kg/m<sup>3</sup> al 12% de contenido de humedad. La contracción volumétrica es de un 12%. Presenta una resistencia mecánica mediana. La madera seca es dimensionalmente muy estable, con la que se puede producir chapas y tableros contrachapados de gran valor comercial. Además para puertas, embalajes, pisos, tejuelas, revestimientos interiores y revestimientos exteriores (Díaz *et al.*, 1989).

Gajardo (1994), señala que la Región del Bosque Andino-Patagónico, territorio de la Cordillera Andina, que se extiende desde los 37° Lat. sur hasta el extremo sur, se caracteriza por la presencia dominante de lenga. Según el autor, se encuentra integrando formaciones vegetales o comunidades junto con Ñire (*Nothofagus antarctica*), Araucaria (*Araucaria araucana*), Canelillo (*Drimys winteri* var. *Andina*), Chapel (*Ribes cucullatum*), y Coihue de Magallanes (*Nothofagus betuloides*). Donoso (1993), plantea la distribución del tipo forestal Lenga desde los 35°35' Lat. sur por el sector chileno occidental de la Cordillera de Los Andes hasta el extremo austral del continente a los 56° de latitud sur, que parece indicar una enorme amplitud ecológica o rango de tolerancia de la especie

Por otro lado, el Catastro de los Recursos Vegetacionales Nativos de Chile (CONAF *et al.*, 1999), indica que el Tipo Forestal Lenga cubre una superficie de 3.391.552ha, lo que representa el 25,3% del total de bosque nativo en el país y es el segundo en importancia a nivel nacional. En la XII Región, la superficie del Tipo Forestal Lenga es de 1.124.562 ha y corresponde al 42,8% de la superficie total de bosques de la región.



## **2.3.- ANTECEDENTES DENDROMÉTRICOS**

### **2.3.1.- Generalidades sobre el modelamiento fustal**

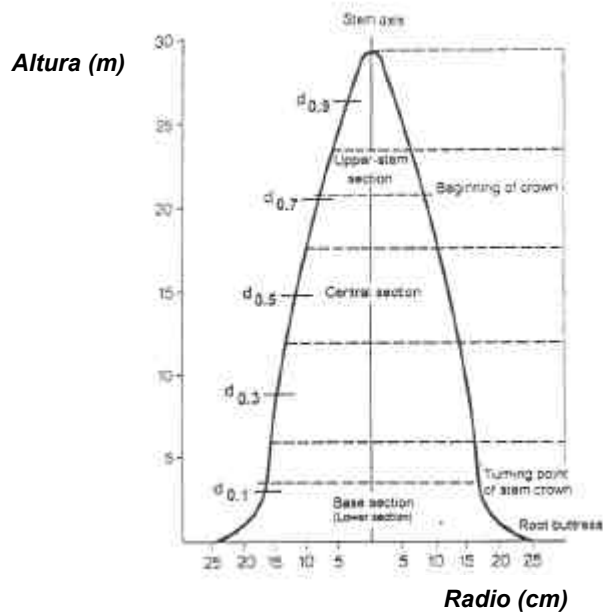
El concepto de la forma del árbol ha ido adquiriendo nuevos elementos. Desde los primeros estudios en los que se advirtió sobre la variabilidad del crecimiento periférico del fuste, con respecto a su axisa vertical lineal, comprendiéndose así que la forma de la masa acumulativa sugería la de un sólido de revolución, definido en dos dimensiones por un perfil radial a lo largo de la axisa vertical. Cualquier función explícita puede especificar ese perfil, que debe tener numerosos puntos de inflexión (Grosenbaugh, 1966).

El perfil del fuste de un árbol describe la reducción del diámetro fustal con o sin corteza, con el incremento de la altura por sobre la base del árbol. En el modelamiento del ahusamiento, las variables son escaladas dividiendo el diámetro fustal a "r" metros por el Dap (d), y la correspondiente altura por la altura total (H) (Figura nº 1) (Van Laar y Akça, 1997).

Muchos han buscado descubrir una función única, simple con dos variables, que envolviendo unos pocos parámetros, pueda ser usada para representar el perfil completo del árbol. Desafortunadamente los árboles pueden asumir una infinidad de formas, de manera que los coeficientes variarán en diferentes grados de árbol a árbol (Grosenbaugh, 1966).

Con el objetivo de describir la curva fustal por medio de funciones matemáticas, el tronco es usualmente dividido en una sección baja, una central y una superior (Van Laar y Akça, 1997). La figura, sin embargo, presenta el perfil usual de árboles monopódicos o de fustes excurrentes, típicamente coníferas. La situación de las latifoliadas como la lenga, es diferente, debido principalmente a su estructura simpódica o delicuescente, en la que el árbol, ya sea por condiciones de densidad, luz, estado de desarrollo y otros factores; genera bifurcaciones o trifurcaciones a una altura variable. De esta forma, se altera importantemente el ahusamiento del fuste, dificultando su modelamiento. Por consiguiente, los árboles latifoliados necesitan de un grupo de funciones relacionadas entre si o modelo fustal que, en conjunto, logren una mejor aproximación a su perfil estructural.

**Figura n° 1: Perfil fustal**



*Fuente: Van Laar y Akva (1997)*

Según Prodan *et al.* (1997), los modelos fustales constituyen una importante herramienta estadística de uso corriente en la determinación de volúmenes de árboles y trozas; permiten al usuario estimar tres características básicas de los árboles, que cualquier sistema flexible requiere:

1. Diámetros en cualquier punto del fuste.
2. Altura del fuste en que se encuentra un diámetro límite especificado.
3. Volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización.

### **2.3.2.- Funciones de ahusamiento y volumen**

En el mundo son muchos los trabajos realizados sobre estos tipos de funciones, existiendo muchas publicaciones en importantes revistas científicas sobre pruebas, propuestas y reexaminaciones de funciones en diferentes especies arbóreas. Al respecto, Perez *et al.* (1990) señalan que, las funciones de ahusamiento han resultado muy útiles cuando los árboles son utilizados para una variada categoría de productos.

Desde inicios del siglo XIX, los investigadores forestales han buscado métodos para expresar la forma y el perfil del fuste, en base a mediciones de fácil obtención (Perez *et al.*, 1990). Antes de la década del 60', los métodos gráficos utilizados por Smith y Walters entregaron mucha información de utilidad sobre los diámetros con y sin corteza, además del crecimiento en la madera, pero eran difíciles de interpretar y de generalizar a datos agrupados (Kozak *et al.*, 1969). Otros investigadores utilizaron expresiones polinomiales en el análisis del ahusamiento del árbol dentro de componentes ortogonales, utilizando técnicas multivariadas para obtener expresiones más generales de la forma del árbol (Grosenbaugh, 1966). Sin embargo, estos métodos se han ido complejizando en las últimas tres décadas, desde los propuestos por Kozak *et al.* (1969), en la que deriva una función de ahusamiento a partir del arreglo y condicionamiento de la simple función general de la parábola; llegando a sistemas complejos de modelos segmentados, como los de Max y Burkhart (1976), los cuales; basados en el supuesto de que el fuste no puede ser completamente modelado en términos matemáticos, resultando conveniente asumir que los segmentos del tronco semejan diferentes formas geométricas; propusieron aplicar la regresión polinomial segmentada al modelamiento fustal.

Sin embargo, y como se mencionó anteriormente, las ecuaciones generales de ahusamiento pueden ser integradas matemáticamente para entregar tablas estimadoras del volumen fustal total (Biging, 1984). En su forma más básica, definiendo "Y" como el diámetro sin corteza, y "X" como la altura sobre el suelo, el volumen puede ser determinado por integración de los valores de "X" desde la base del árbol a la punta. Así mismo, el volumen comercial para cualquier nivel de utilización puede calcularse usando valores apropiados de la variable independiente "X" (Demaerschalk, 1972). No obstante, esta aproximación no entrega volúmenes idénticos a aquellos predichos por ecuaciones estimadoras del volumen total. Esto se debe a que el volumen de un árbol con perfil promedio, para una altura y diámetro clase dado, no necesariamente es igual al volumen promedio del árbol en aquella clase (Biging, 1984).

Con respecto a lo anterior, Cao *et al.* (1980), evaluaron y compararon antiguos y nuevos modelos separados en tres categorías, modelos de razón de volumen, ecuaciones de ahusamiento compatibles y ecuaciones de ahusamiento no compatibles; en donde la compatibilidad se refiere a la capacidad de la función de ahusamiento de entregar, una

vez integrada, el mismo volumen total que una función particular existente de volumen. Su estudio, hecho en Pino Loblolly, deja comprobada la factibilidad del uso de cada función en aspectos particulares de la dendrometría y la mensura, así mientras unos generan mejores estimaciones del perfil fustal, otros resultan mejores en la estimación de volúmenes a diferentes diámetros de utilización.

Otro aspecto de estos modelos más recientes, es que han permitido extender la estimación del perfil fustal bajo la altura del pecho (Amidon, 1984). Anteriormente la mayoría de los modelos o ecuaciones no ajustaban bien en la parte baja del fuste donde el abultamiento y engrosamiento produce una línea de perfil cóncava. El perfil bajo la altura del pecho, era usualmente excluido para simplificar las ecuaciones e incrementar la precisión en la estimación de diámetros del resto del fuste; se recomendaba también, para mejorar el ajuste de la ecuación, tomar como diámetro basal el diámetro menor de la troza inicial, normalmente a 16 pies de largo ( $\approx 4,88$  m.) (Bruce, 1972). Sin embargo, Amidon (1984) señala que, la sección bajo la altura del pecho puede ser considerada cilíndrica para calcular el volumen, con algo de pérdida de exactitud, pero con poco o ningún efecto en la medición de pies madereros.

Posteriormente Newnham (1988), Kozak (1988) (citados por Perez *et al.*, 1990) y más recientemente Bi (2000), han comenzado a proponer y evaluar las denominadas funciones de ahusamiento de forma variable, que describen el ahusamiento del fuste con una función continua que utiliza un exponente cambiante, que compensa las variaciones en los cambios de las diferentes secciones del árbol.

En Chile, se han desarrollado variadas construcciones y ajustes de modelos fustales y funciones estimadoras de volumen y de ahusamiento para pino insignie (*Pinus radiata* D.Don) principalmente (Pera, 1982; Coffre, 1983) y también para *Eucalyptus spp* (González, 1989; Troncoso, 1996). De la misma forma, la mayoría de los trabajos foráneos se han concentrado en especies de coníferas y bosques mixtos de ellas, como los realizados por Cao *et al.*, 1980; Amidon, 1984; Biging, 1984; Czuplewski y McClure, 1988; Perez *et al.*, 1990; y Zhang *et al.*, 2002, entre otros.

Para especies del bosque nativo también se han generado funciones predictoras, correspondiendo principalmente a funciones de: ahusamiento, volumen bruto, volumen

hasta una altura comercial o índice de utilización determinado y volumen aprovechable del fuste (Alvarez y Grosse, 1978; Bustos, 1990; Quiroz, 1990; Barrales, 1993; Alvarez de Araya, 1994 citados por Fuentesvilla, 1999; Corvalán, 1977; Kawas, 1978; Higuera, 1994; Albornoz, 1999; Salas, 2002).

De los trabajos y estudios mencionado en el párrafo anterior, destaca el intento por construir un modelo fustal más completo para Lengua en Tierra del Fuego, realizado por Albornoz (1999). Sin embargo, este modelo es sólo parcial, pues no incluye funciones estimadoras de la altura del tocón, ni del espesor de corteza, limitándose a una función de ahusamiento hasta el diámetro al inicio de la copa y función estimadora de diámetro al fin del fuste limpio, presentando el estudio algunas inconsistencias estimativas.

La construcción de un Modelo Fustal completo para una especie en particular, no ha sido desarrollada en Chile para especies exóticas ni mucho menos para alguna especie nativa de interés. Tal modelo fustal supone el ajuste y validación de un conjunto de funciones estimadoras de los atributos más habitualmente requeridos en términos productivos, como lo son: Función de volumen total, F. de ahusamiento para el fuste limpio, F. de diámetro al fin del fuste limpio, F. de volumen para el fuste limpio, F. de altura del tocón, F. de DAP en base a medidas del tocón, F. de espesor de corteza al DAP y F. de espesor de corteza a lo largo del fuste.

### **2.3.3.- Espesor de corteza y funciones estimadoras**

Dado que la corteza es el elemento del árbol externo al floema y especialmente al xilema, es que resulta importante contar con funciones que la consideren, para una estimación más precisa del volumen del árbol, en este caso del volumen sin corteza. Las ecuaciones estimadoras del espesor de corteza, usadas en conjunto con funciones de ahusamiento, proveen estimaciones del volumen de corteza que se cosechara o lo disponible para su utilización (Gordon, 1983). Esto no resulta trivial, ya que en el caso de *Pinus radiata* D. Don Zapata (1998), determinó un valor promedio de corteza de un 13,6 % del volumen total del árbol, concentrada en mayor proporción en la parte baja del fuste, precisamente donde se encuentra la razón más importante del volumen fustal. En términos generales Husch *et al.* (1993), mencionan que para muchas especies el promedio de volumen de

corteza se encuentra entre un 10 a un 20% del volumen con corteza. Por supuesto que es necesaria una estimación más precisa de lo que representa la corteza, sobre todo si esta presenta algún valor económico; o representa una sobreestimación del volumen del árbol. Sin embargo, este tipo de estudios no ha sido desarrollado para especies nativas en el país.

No solo la corteza es importante en términos volumétricos, genera también inconvenientes y costos adicionales al ser transportada adherida a las trozas y posteriormente en su desecho; por otro lado también es utilizable por su alto poder calorífico, productos químicos extraíbles y abundancia (Neculman, 1996).

El procedimiento habitual para la medición de diámetros a la altura del pecho, es realizarlo con una forcípula o huincha diamétrica sobre la corteza, sin embargo, se precisa para el ajuste y posterior estimación de volúmenes de productos, una idea de cuanto es lo que la corteza representa de ese volumen particular. Wiant y Koch (1974), manifiestan que los forestales deben seleccionar el mejor procedimiento para convertir los diámetros con corteza, determinados por dendrometría, en diámetros sin corteza para alguna (s) especie en particular.

Según Gordon (1983), las mediciones del volumen de madera requieren de ajustes para reducir los diámetros sobre la corteza a diámetros bajo ella. Además, debido a que las funciones de volumen y ahusamiento son las primeras en ser construidas en cualquier sistema de estimación mensurométrica, es que la precisión en estos diámetros resulta esencial para evitar errores multiplicativos.

La predicción del espesor de corteza mediante el ajuste de funciones matemáticas, es lo que se denomina método indirecto, en el cual las variables utilizadas habitualmente son: diámetro con corteza,  $D_{ap}$ , espesor de corteza a la altura del pecho, altura relativa y total del árbol (Valdés, 2002).

El espesor de corteza, como lo determinó Zapata (1998) para Pino insigne, esta determinado en parte, por el efecto del sitio y el suelo. Sitios malos ( $IS \leq 26$ ) presentan un mayor porcentaje de corteza, con respecto al volumen total del árbol, que la presentada por individuos desarrollándose en sitios buenos ( $IS \geq 27$ ).

Diferentes autores, principalmente extranjeros, dan cuenta de estudios relacionados con este tipo de funciones, como lo son aquellos citados por Loetsch *et al.* (1973) para las funciones de espesor de corteza (donde las relaciones encontradas han sido del tipo lineal y logarítmica), diámetros sin corteza, coeficiente de espesor de corteza así como la variación de este a lo largo del fuste, en la cual se ha constatado su valor relativamente constante para algunas especies y en otras, como en algunos pinos, muy variable. Este último es el caso de Pino insigne, en el cual Neculman (1996), encontró que la corteza no era constante a lo largo del fuste, demostrando que el mayor espesor se presentaba en el primer tercio de la altura total del árbol, disminuyendo en altura, pero constante al inicio de la copa, para luego presentar un leve aumento. Otros como Van Laar y Akça (1997), proponen una relación múltiple para la estimación del diámetro sin corteza.

En Chile, Zapata (1998), probó en pino radiata diferentes funciones que predicen el espesor de corteza, así como la asociación de éste con respecto a factores del Sitio y el suelo. El autor menciona que la mayor proporción de corteza se encuentra en la parte baja del fuste.

En bosque nativo también existen experiencias en ajuste de funciones de espesor de corteza, como la realizada por Corvalán (1998) para *Araucaria araucana*, o para especies del bosque de Chiloé (Corvalán, 1977). Higuera (1994), citado por Fuentevilla (1999), ajustó funciones estimadoras de diámetro sin corteza para *Nothofagus obliqua*.

#### **2.3.4.- Funciones de diámetro al fin del fuste limpio**

Como se señaló anteriormente el ahusamiento de las latifoliadas se modela hasta el inicio de su copa. Dado que la medición de diámetros superiores resulta demasiado costoso, incluso con árboles volteados (Grosenbaugh, 1966), es que resulta necesario contar con funciones estimadoras de esta variable, de manera de utilizarla complementariamente con la función de ahusamiento definida.

Trincado *et al.* (1995), ajustaron funciones de ahusamiento para estimar el diámetro en la base de la copa en *Quercus robur*, obteniendo mejores resultados con la función

modificada de Brink, aunque en general todos los modelos evaluados tenían mejores estimaciones en la parte central y en la base del fuste que en la parte superior.

Se han desarrollado modelos de ahusamiento para pino insigne, como el propuesto por Pera (1982), en donde probó tres relaciones funcionales interconectadas para describir el perfil del fuste, obteniendo buenos resultados además de otras aplicaciones que permiten en general las funciones de ahusamiento, y que dice relación con la obtención de volúmenes totales y por trozas, por medio de la integración analítica de la función, cálculo de diámetros de cualquier sección transversal del fuste, y su uso en simuladores optimizadores de trozado. El modelo de Bruce (Bruce *et al.*, 1968) ha sido ajustado para pino insigne en plantaciones de la VII, VIII y IX Regiones por Infora, teniendo un amplio uso en estos sectores (Prodan *et al.*, 1997). Troncoso (1996) por su parte, utilizó funciones de árbol individual y modelos generales para describir el perfil de eucalipto, logrando los mejores resultados con dos modelos polinómicos, uno de tercer grado (Coffré, 1983) y otro de quinto grado propuesto por González (1989).

Otra técnica poco frecuente para la descripción del perfil fustal fue utilizada por Álvarez (1999), mediante un proceso de interpolación por aproximación polinómica, para las especies de *Pinus radiata* y *Eucalyptus globulus*. Obteniendo como resultado una mejora en la estimación del volumen y una mayor flexibilidad para captar la variación de la forma del fuste.

En bosque nativo se han desarrollado modelos fustales como el propuesto por Cox<sup>1</sup>, en el que se han ajustado funciones estimadoras del diámetro al fin del fuste limpio, altura de tocón y de espesor de corteza.

---

<sup>1</sup> Fernando Cox Z. Profesor de Mensura e Inventario Forestal de la Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. Comunicación personal (2004).



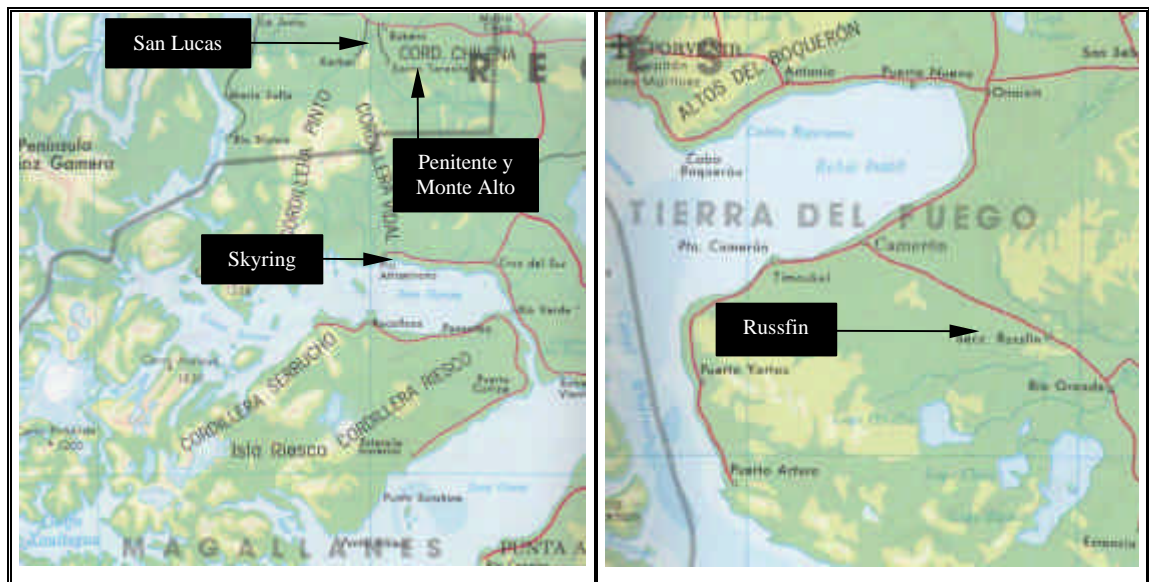
### 3.- MATERIAL Y MÉTODO

#### 3.1.- MATERIAL

##### 3.1.1.- Ubicación geográfica del área de estudio

La información que se utilizó en esta memoria, corresponde a una base de datos<sup>2</sup> con mediciones dendrométricas sobre una muestra de ejemplares de Lenga, medidos en diferentes localidades ubicadas en la XII Región de Magallanes y Antártica Chilena. Los cinco sectores fueron: Monte Alto, Penitente, Skyring, San Lucas, y Russfin. Su ubicación geográfica se presenta en la Figura n° 2.

**Figura n° 2: Sectores origen de la base de datos en la XII Región de Magallanes y Antártica Chilena**



Fuente: Atlas Geográfico de Chile IGM

Los predios Monte Alto y Penitente, propiedades de la empresa “Sociedad Forestal y Ganadera Monte Alto Ltda.”, se encuentran ubicados en la Provincia de Última Esperanza, Comuna Río Rubens, entre los 52° 05’ y 52° 10’ de latitud sur y los 71° 35’ y 71° 55’ longitud oeste.

<sup>2</sup> Fuente: Base proporcionada por Harald Schmidt Van Marle. Profesor de Silvicultura de Bosque Nativo de la Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. Comunicación personal (2004).

El predio Skyring, propiedad de la empresa forestal “Magallánica de Bosques S. A.”, se encuentra en la Comuna de Río Verde, Provincia de Magallanes, entre los 52° 15’ a los 52° 30’ de latitud sur y desde los 71° 45’ a los 72° de longitud oeste.

El predio San Lucas, propiedad de sociedad “Agrícola y Ganadera San Lucas Ltda.”, se encuentra en la Comuna de Puerto Natales, Provincia de Última Esperanza, en las siguientes coordenadas UTM: 702.900 E y 4.225.700 N.

El sector Russfin, propiedad de la empresa “Forestal Russfin Ltda.”, se ubica en la Comuna de Timaukel, Provincia de Tierra del Fuego, entre el paralelo 53° 40’ y 53° 45’ de latitud sur y el meridiano 69° 08’ y 69° 10’ de longitud oeste, a 150 m sobre el nivel del mar.

### **3.1.2.- Antecedentes generales del área de estudio**

Todos los sectores mencionados se encuentran en la Región Fisiográfica Sub-Andina Oriental. Esta representa fisiográficamente una faja de transición entre la cordillera y las planicies orientales (Pisano, 1977). En líneas generales, esta zona puede ser considerada como un territorio mesetiforme de baja altura, atravesada por cordones montañosos bajos, cuyas cumbres rara vez sobrepasan los 1.000 m. y fuertemente modificado por efecto de los hielos cuaternarios y fenómenos postglaciales (Pisano, 1977).

Los hielos cuaternarios, al abandonar el ámbito andino, formaron glaciares ensanchados de piedemont que excavaron amplias cuencas. Hacia el norte del área, al ser represadas por morrenas terminales, formaron lagos pedemontanos, pero en ella fueron invadidos por aguas marinas, formando el fiordo Obstrucción, del sistema de los de Última Esperanza; los senos Skyring y Otway; porciones del estrecho de Magallanes, al norte del extremo septentrional de la isla Dawson; el complejo Bahía Inútil – canal Whiteside y el sistema seno Almirantazgo (Pisano, 1977).

Skyring y Russfin se encuentran en la Zona Climática Trasandina con Degeneración Esteparia, y representa una forma transicional entre los extremadamente lluviosos y decididamente oceánicos de su vertiente occidental y territorios antepuestos. Sus

características térmicas y la distribución uniforme estacional de las precipitaciones posibilitan el desarrollo de los bosques deciduos (Pisano, 1977).

Las precipitaciones alcanzan valores entre 400 y 620 mm, en donde parte de las precipitaciones invernales cae en forma de nieve. La temperatura promedio oscila entre los 2,6 a 6,6° C; con las temperaturas del mes más frío entre los -3,2 a 1,9° C, y del mes más cálido entre 7,8 a 11,0° C (Pisano, 1977).

Monte Alto, San Lucas y Penitente en cambio, se encuentran en la Zona Climática de Estepa Fría, en donde el extremo austral de la Cordillera de los Andes interfiere con el curso de los vientos provenientes del Pacífico generando lluvias adiabáticas. Se origina hacia la zona trasandina oriental una región de “sombra de lluvias”, determinando un clima árido con precipitaciones anuales que fluctúan entre los 200 y 400 mm, distribuidas homogéneamente en todas las estaciones del año, sin estación seca (Pisano, 1977).

Las temperaturas son bajas (poco más de 10° C como media estival), tanto por la altitud como por los vientos constantes y fuertes. Se encuentra una mayor oposición térmica que en los otros climas regionales, dándole características de mayor continentalidad, expresado en una mayor amplitud de la oscilación térmica anual (Pisano, 1977).

Todos los suelos son moderadamente meteorizados y lixiviados, ácidos y frecuentemente no presenta problemas de drenaje, siendo comunes aquellos con evidencias más o menos marcadas de podzolización y corrientemente se han desarrollado sobre substratos glaciales derivados de la tercera y cuarta glaciación, lo que influye en la madurez del perfil (Pisano, 1977).

La mayoría son suelos forestales, pero hacia las llanuras orientales, por la reducción de la precipitación, comienza una transición hacia la pradera y otros afines; hacia su extremo occidental, con los aumentos de la precipitación, comienza a manifestarse una tendencia a la acumulación de turba (Pisano, 1977).

Los suelos podzólicos se desarrollan de preferencia bajo bosques decídus de *Nothofagus*, entre ellos los Pardo Podzólicos o Pardos Forestales Ácidos, que son esponjosos y similares a los Trumaos, los Grises formados por sedimentos glaciales con

deposiciones eólicas de arenas, ambos crecen sobre substratos glaciales de diverso origen y constitución; presentan buen drenaje y son frecuentemente delgados y fácilmente penetrables por las raíces hasta el horizonte B<sub>3</sub>, pero difícilmente a profundidades mayores; presentan un contenido de materia orgánica variable entre 6,2 y 28,5 %, con un pH entre 4,5 y 5,2 (Pisano, 1977).

Según Gajardo (1994), estos cinco sectores se encontrarían en la Región del Bosque Andino-Patagónico, en el Bosque Caducifolio de Magallanes; formación extensamente repartida en la XII Región, siendo uno de los rasgos característicos del paisaje vegetal la presencia de los bosques de Lenga, asociadas especies tales como, *Maytenus disticha*, *Acaena ovalifolia*, *Berberis ilicifolia*, *Berberis buxifolia*, *Osmorhiza chilensis*, *Pernettya mucronata* y *Rubus geoides*. Esta zona presenta una gradiente de aridez de este a oeste y variaciones con la altitud. En algunos sectores está en directa relación con las formaciones turbosas.

### 3.1.3.- Sobre la base de datos dendrométricos

La base de datos contenía inicialmente mediciones de las secuencias diamétricas de todos los árboles medidos en cada sector mencionado anteriormente, en los cuales se realizaron parcelas en lugares representativos de cada Sitio. Dentro del registro de cada árbol estaban consignadas las siguientes variables: (H) Altura total del individuo (m), ( $h_i$ ) altura de medición del  $d_i$  desde el suelo (m), ( $d_{cc}$ ) diámetro con corteza a la altura "i" (cm.), ( $V_{cc}$ ) volumen con corteza de la sección fustal (m<sup>3</sup>), (Corteza) que corresponde al espesor de la corteza en términos radiales (cm.), ( $V_{sc}$ ) volumen sin corteza de la sección fustal (m<sup>3</sup>). Cabe mencionar, que la cubicación de cada sección fue realizada por la fórmula de Smalian, en la que la sumatoria de todas las secciones generaba una estimación del volumen total del árbol, valor que fue utilizado en la validación de las mejores funciones seleccionadas en este trabajo.

Con respecto a la secuencia diamétrica, la primera medición correspondía a la altura del tocón, luego al DAP, para posteriormente considerar mediciones cada dos metros a partir de los dos primeros metros desde el suelo. La necesidad de contar con una medición numerosa de diámetros en altura, a lo largo del fuste, es, según lo señala Grosenbaugh

(1966), muy importante, no solo para localizar todos los puntos de inflexión del fuste, si no que también para generar curvas monotónicas. Permite también una adecuada representación gráfica.

En el registro de la secuencia diamétrica, se realizaba una separación en la sección en donde el fuste comienza a bifurcarse, considerando el resto de las mediciones diamétricas pertenecientes a la copa, las cuales a veces también generaban productos razón por la que de igual forma eran cubcados hasta un diámetro límite de 10 cm.

No obstante lo anterior, esta memoria solo consideró la secuencia hasta el diámetro de inicio de copa, límite para el ajuste de las funciones utilizadas.

La base contiene las mediciones de las secuencias diamétricas de 386 individuos en total, considerando los cinco sectores de Magallanes.

Para el análisis estadístico se utilizó el software SPSS para Windows, versión 10.0. En este se ajustaron y se obtuvieron las bondades de ajuste, coeficientes de regresión, pruebas de violación de supuestos y los estadísticos respectivos que se detallan en el método, para aquellos modelos respectivos.

## **3.2.- MÉTODO**

### **3.2.1.- Validación de la Base de Datos**

En esta etapa se verificaron incongruencias dentro de la base de datos, problema habitual en los archivos con gran volumen de información, sobre todo al considerar su traspaso desde los formularios de terreno a una plantilla tipo .dbf o .xls, en la que, por problemas de digitación, pueden ocurrir errores como los siguientes:

- diámetro sin corteza mayor que el diámetro con corteza
- ingreso de números decimales que no corresponden
- duplicación de registros
- doble ingreso de la información
- serie de diámetros no concordantes con el ahusamiento normal del fuste

- valores de las variables fuera de rangos lógicos

Todos estos problemas que afectarían el procesamiento, ajuste y las posteriores capacidades estimativas de las funciones, fueron solucionados; además, los campos sin registro fueron eliminados.

### **3.2.2.- Partes del Modelo Fustal**

El modelo fustal propuesto en esta memoria estuvo compuesto por la construcción y ajuste de cuatro tipos de funciones, que en la práctica son utilizadas en conjunto y corresponden a:

- Función de Ahusamiento para el Fuste Limpio
- Función de Diámetro para el Fin del Fuste Limpio (comienzo de copa)
- Función de Altura de Tocón
- Función de Espesor de Corteza al DAP

Dentro del conjunto de funciones que componen este Modelo Fustal, se contó para cada una de ellas con un grupo de funciones obtenidas por revisión bibliográfica (ver Apéndices I, II, III y IV), y otro grupo de funciones propuestas por el autor (Apéndices V, VI, VII y VIII). Estas últimas fueron determinadas mediante el método “análisis de regresión paso a paso” (stepwise method), procedimiento que, descrito por (Draper y Smith, 1967), reexamina para cada etapa de la regresión las variables incorporadas al modelo en etapas previas. Así una variable que puede haber sido significativa para el modelo en una primera etapa, puede no serlo en la etapa siguiente. Luego esta variable, al no tener una contribución significativa es removida. Con este procedimiento se pudo generar un amplio número de combinaciones de variables y por consiguiente varias funciones para ajustar, siendo el descarte, de la o las variables no significativas, determinado por el procedimiento paso a paso.

### 3.2.3.- Método de ajuste y evaluación de las funciones

Según Prodán *et al.* (1997), el procedimiento más utilizado, sino el único, para la construcción de modelos fustales es el análisis de regresión, técnica que fue utilizada para el ajuste de las funciones en esta memoria.

El análisis de regresión se utilizó sobre toda la base de datos, sin previa estratificación por sitios o estados de desarrollo. La razón de esto fue la poca influencia encontrada en análisis anteriores sobre estos bosques, con respecto a la estimación de los volúmenes, al realizar algún tipo de estratificación<sup>3</sup>. Por otro lado, Grosenbaugh (1966), señala que la agrupación empírica realizada por los mensuristas sobre los árboles, ya sea por especies, diámetros, o alturas, con el objetivo de reducir la variación en la forma de los árboles, no ha resultado del todo positiva, dado que han encontrado que los diámetros superiores pueden fluctuar enormemente incluso dentro de una agrupación. Las diferencias estaban usualmente asociadas con diferencias en el crecimiento de las ramas (pasado o presente), lo que puede estar asociado a accidentes, densidad, heredabilidad, etc., los factores responsables raramente pueden ser medidos o detectados con el pasar del tiempo. No obstante lo anterior, se realizaron dos tipos de estratificación que se señalan en el punto 3.2.5.

La evaluación de las funciones con respecto a su capacidad de explicar la variación de los datos, dentro del rango de la muestra, se basó en la bondad de ajuste de ellas, que fue determinada con los siguientes parámetros:

- Coeficiente de determinación  $R^2$  ajustado.
- Error de estimación estándar de la regresión.

Por otra parte, el análisis de regresión supone que la muestra debe satisfacer los supuestos de esta técnica. No obstante, en este trabajo se privilegió la capacidad predictiva de las funciones ajustadas, sin pretender que éstas permitan o no la formulación de inferencias estadísticas.

---

<sup>3</sup> Fuente: Schmidt, H. Profesor de Silvicultura de Bosque Nativo de la Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Forestales. Comunicación personal (2004).

El método habitual para obtener estimaciones de los coeficientes de regresión de cualquier modelo es el método de Mínimos Cuadrados, sin embargo según Canavos (1988), este procedimiento conlleva la formulación de algunas suposiciones básicas como las siguientes: los datos constituyen una muestra representativa, cualquier variabilidad no explicada se debe a un error aleatorio, no hay correlación estadística en los valores observados de la variable respuesta; además según Visauta (1997), los métodos o pruebas paramétricas, como lo es la regresión lineal, exigen las hipótesis de normalidad en la distribución de las variables muestreadas, así como el de homocedasticidad de la varianza, según lo señalado por Prodan *et al.* (1997), en donde la varianza de la variable dependiente “Y” debe ser constante para cualquier nivel de la o las variables independientes. Furnival (1961), señala también que la independencia de los residuales es una condición necesaria para la linealidad; que la existencia de normalidad en su distribución simplifica los estamentos de probabilidad; y que un error estándar constante asegura la eficiencia de la estimación de los coeficientes de regresión. Draper y Smith (1967) complementan, desde el mismo punto de vista de los residuales, que en una regresión lineal se deben tomar suposiciones como las siguientes; los errores son independientes, tienen promedio cero, presentan una varianza constante, y siguen una distribución normal. Esta última suposición es necesaria para realizar la prueba *F*. De esta forma. Si el modelo ajustado es correcto, los residuales deben exhibir tendencias que tiendan a confirmar estas suposiciones.

Para evaluar el cumplimiento de los principales supuestos y las características estadísticas de las mejores funciones seleccionadas, se utilizaron las siguientes pruebas:

- El supuesto de Normalidad se evaluó con el Test de Kolmogorov-Smirnov, señalado por Canavos (1988).
- El supuesto de Homocedasticidad con la Prueba de Levene, de acuerdo a Visauta (1997).
- El supuesto de Autocorrelación con el Test de Durbin y Watson, que menciona Canavos (1988).



### 3.2.4.- Validación de las funciones

A este respecto, Reynolds (1984) señala que, antes de que estos modelos puedan ser usados con confianza por los manejadores forestales, se debe hacer un esfuerzo para determinar cuan bien se comportan cuando son utilizados para predecir o estimar características de interés en un sistema real.

De esta forma, cada función pasó por un proceso de validación, puesto que los parámetros anteriores (ver punto 3.2.3), pese a ser criterios importantes para evaluar el ajuste de la regresión (Prodan *et al.*, 1997), por sí solos no son prueba suficiente para realizar predicciones de atributos dendrométricos.

Una forma para determinar el comportamiento de las funciones es comparando sus predicciones con las hechas por otras funciones, o comparándola con los valores observados del sistema real (Reynolds, 1984); esta última fue la utilizada en esta etapa de la memoria.

La validación y comparación de las funciones consistió en la utilización de medidas de exactitud y sesgo de las estimaciones, según lo mencionado y propuesto por Cao *et al.* (1980); Prodan *et al.* (1997) y Salas (2002):

- Raíz del Error cuadrático medio (ECM):  $REMC = \sqrt{\sum (O_i - E_i)^2 / n}$
- Desviación estándar de los residuos (DSR):  $DSR = \sum (R_i - R_{med})^2 / n$
- Diferencia agregada (DIFA):  $DA = \sum (O_i - E_i) / n$

La decisión de las mejores funciones siguió el método propuesto por Cao *et al.* (1980), que consiste en la elaboración de un ranking en base a los estadísticos ya mencionados. A cada función se le asignó un lugar por cada uno de los criterios recién señalados; correspondiéndole el número uno a aquel que tuvo el valor más bajo, en términos absolutos, de la medida de exactitud o sesgo. Este procedimiento se repitió para los tres criterios. De esta forma, la mejor función fue aquella con el valor de ranking agregado más bajo. La suma de los tres ranking para cada función señala su desempeño en la estimación, comparado con las otras funciones.

### 3.2.5.- Validación del modelo

Utilizando las mejores funciones seleccionadas con el procedimiento anterior, la validación final se realizó estratificando la base de datos en cinco clases diamétricas (cm.), que cubrieron la amplitud diamétrica de toda la base: (9 – 35) ; (35 – 60) ; (60 – 85) ; (85 – 110) ; (110 – 135); (el límite superior es excluyente), luego se seleccionaron al azar dos individuos dentro de cada clase. Cada uno de estos individuos estaba cubicado por Smalian, a partir de los dos metros, en secciones con una longitud de dos metros. Además presentaban el volumen desde la altura de tocón hasta el Dap, y de aquí hasta los dos metros. Esta asignación se basó en los intervalos diamétricos en los que se encontraban las tres fases de desarrollo, tomando el límite superior de cada intervalo como límite del siguiente.

Es necesario aclarar que la selección de las mejores funciones en cada variable de interés dentro de esta memoria, genera un sistema de funciones interrelacionadas, o Modelo Fustal. Es decir, la función de ahusamiento se alimenta de las estimaciones de las otras tres funciones. Entonces para obtener el volumen del fuste limpio, necesitamos conocer la altura de tocón (que representa el límite inferior de la integral); el diámetro al inicio de la copa (que se incluye en la variable Y de la función de ahusamiento, de acuerdo a la modificación necesaria para su utilización, propuesta en el punto 3.2.6); el Dap sin corteza, para la misma función de ahusamiento o, en su defecto, el espesor de corteza a la altura del Dap. De manera que la validación del sistema se realizó evaluando cada función que lo integra, y luego en forma colectiva para todo el conjunto de funciones, sobre la base del volumen real del fuste limpio y del volumen de la sección comprendida entre la altura del tocón y los 4 primeros metros del fuste.

Al obtener la mejor combinación de funciones, finalmente se realizó un último proceso. Este consistió en un nuevo ajuste para estas funciones, pero no utilizando toda la base de datos, sino realizando una segunda estratificación, esta vez, utilizando las fases de desarrollo de los árboles, que eran tres: Juvenil (J), Maduro (M) y Sobremaduro (SM). Entonces las mejores funciones del modelo fustal se ajustaron para cada fase. Con los nuevos coeficientes de las funciones, se volvió a evaluar los volúmenes de los mismos árboles, pero ahora considerando su fase de desarrollo y se contrastaron con la estimación anterior. Esto tuvo el objetivo de descartar la posibilidad de obtener un mejor

ajuste utilizando una estratificación arbitraria de la base total, según lo señalado por Grosenbaugh (1966).

Finalmente ambas formas del Modelo Fustal fueron sometidas a una prueba de exactitud, en este caso la prueba “t” para observaciones pareadas. Esta permite probar la exactitud de la predicción con respecto a su valor observado (Ross, 2002). Con esto se examina si una nueva técnica de predicción puede sustituir a una ya existente (Prodan *et al.*, 1997).

El procedimiento particular para cada función se detalla a continuación.

### **3.2.6.- Función de ahusamiento para el fuste limpio**

Esta función modela el perfil del fuste hasta el diámetro de inicio de copa “df” (también diámetro al fin del fuste limpio o diámetro al inicio de la bifurcación), pero, debido a que las funciones fueron diseñadas para árboles monopódicos, en general coníferas, fue necesaria una transformación en la variable dependiente de manera que reflejara el punto en el fuste hasta donde la función modelaría, puesto que en la lenga la bifurcación marca el fin de la utilización fustal. Esta transformación fue de la siguiente forma. Si la variable Y tenía la forma:

$$Y = dl / dap ,$$

se le restaba en el numerador y el denominador el diámetro al comienzo de copa (df), quedando de la siguiente forma:

$$Y = (dl - df) / (dap - df)$$

Los modelos que se tomaron de la bibliografía están en el Apéndice I. Además, se ajustaron otros modelos parametrizados propuestos por el autor (Apéndice V).

### **3.2.7.- Función de diámetro al fin del fuste limpio y Función de altura de tocón:**

Pese a casi no encontrar en la bibliografía consultada funciones estimadoras de estas variables, las funciones registradas se complementaron con proposiciones del autor.

Las funciones evaluadas pueden observarse en el Apéndice II y III, así como también las propuestas por el autor de esta memoria.

### 3.2.8.- Función de espesor de corteza al DAP

Se separaron en dos tipos de funciones, una que estima el espesor de corteza en función del diámetro con corteza, y una segunda función que estima el diámetro sin corteza en función del diámetro con corteza.

Las funciones evaluadas pueden observarse en el Apéndice IV, así como también las propuestas por el autor de esta memoria.

## 4.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La siguiente tabla presenta un resumen de las principales estadísticas descriptivas de las variables utilizadas en el procesamiento de la información, para toda la base de datos:

Estadísticas para los 386 árboles				
	Promedio	Mínimo	Máximo	Coef. var%
<b>H (m)</b>	17.27	6.70	29.20	22.70
<b>hf (m)</b>	10.71	2.00	21.50	31.92
<b>Dsc (cm)</b>	39.77	8.04	128.00	47.94
<b>Dcc (cm)</b>	42.55	9.00	133.00	46.95
<b>B (cm)</b>	2.78	0.22	10.48	63.28
<b>htoc (m)</b>	0.35	0.20	1.00	32.64
<b>Dscf (cm)</b>	25.23	5.40	78.76	58.78
<b>Dccf (cm)</b>	27.68	6.00	83.00	58.00

**Tabla nº 1:** Estadísticas descriptivas de la base de datos utilizada

En la tabla puede apreciarse la gran amplitud diamétrica en torno al Dap, con una distancia de 124 cm entre el diámetro con corteza (Dcc) menor y el mayor, y con una variación en torno al 50%. Una gran diferencia también se observa en los diámetros al inicio de copa sin corteza (Dscf), y con corteza (Dccf); ambas variables con una variación

alrededor del 58%. Otra variable importante para el modelo es la altura de comienzo de copa ( $h_f$ ), la cual presenta una variación baja, dentro de una amplitud de casi 20 metros. El espesor de corteza fue la que presentó la mayor variación.

La presentación de resultados se separó en dos grupos. El primero corresponde al ajuste y validación de las funciones de ahusamiento, y el segundo al ajuste y validación de las otras funciones, o funciones complementarias que componen el modelo fustal.

#### 4.1.- FUNCIONES DE AHUSAMIENTO

La siguiente tabla presenta los coeficientes de regresión ( $b_j$ ) para cada función de ahusamiento presentada en los apéndices.

Función	Coeficientes Estimados							
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	$b_7$
(1)		0.92300	-0.02347	0.07676	0	7.57E-13	2.39E-12	
(2)		-0.78302	-0.71201	3.961E-04				
(3)		-2.32542	1.12528					
(4)	-1.07341	1.30121	-0.00531	0.12996	-0.09636	0.08342	0	-0.01897
(5)		-1.00379	0.00713	-2.500E-06				
(6)		-0.02601	1.36589	-0.42951				
(7)		0.87165	-0.71702					
(8)	0.04967	1.08659	0.23258	-0.40017				
(9)		0.89914	-3647519.4					
(10-1)		0.73346	0.16025	0.00431	-1.604E-24			
(10-2)		0.50686	0.40679	-0.02052	3.826E-24			
(11)	0.66217	0.01912	-0.04241	0.00267				
(12)		-2.20220	1.74601	0.57090	1.32140	-0.00178	0.14506	-0.23200
(13-1)		-0.00590	-0.19340					
(13-2)		-0.72966	0.50340					
(14-1)		-0.97925	0.68534					
(14-2)		-0.57160	0.33178					
(1) <sup>a</sup>		-0.00339	0.16092	-0.46791				
(2) <sup>a</sup>		2.415E-05	-0.00771	0.00114				
(3) <sup>a</sup>		-1.021E-06	1.833E-04	-0.01870				

<sup>a</sup> Funciones propuestas por el autor

**Tabla n° 2:** Coeficientes de regresión para las funciones de ahusamiento

Las funciones en las que el número de orden va acompañado de un 1 o un 2, representan aquellas que fueron evaluadas utilizando la variable “Y” en su forma original (1) o elevada al cuadrado en cada uno de sus componentes (2). Todas las funciones bibliográficas se probaron con “Y” y además con “Y<sup>2</sup>”, pero sólo las que aparecen en este cuadro fueron las que permitieron realizar estimaciones, todas las otras se indeterminaban en la estimación de la variable en la mayoría de los registros.

	R <sup>2</sup> ajust.	Std. Error	RECM	Ecm	DSR	DIFA	Difa	Ranking parcial			Suma	Sel.
			(cm)	%	(cm)	(cm)	%	ECM	DSR	DIFA	Rank.	
1	0.604	1.3263	6.560	19.59	6.241	2.026	6.05	13	13	16	42	
2	0.611	1.3181	5.735	16.91	5.507	1.606	4.74	12	12	13	37	
3	0.605	1.3239	6.755	20.01	6.521	1.767	5.24	14	14	15	43	
4	0.700	0.2322	7.615	21.90	7.572	0.815	2.34	17	17	9	43	
5	0.082	1.1082	4.325	12.54	4.198	1.045	3.03	5	5	11	21	
6	0.600	1.3292	5.068	14.89	4.849	1.476	4.34	11	11	12	34	
7	0.764	6.8407	4.432	12.84	4.315	1.016	2.94	8	6	10	24	
8	0.856	0.1576	8.762	22.33	7.934	3.721	9.48	18	18	19	55	
9	0.493	-----	4.590	13.19	4.534	0.721	2.07	10	10	7	27	
10-1	0.596	1.3332	7.317	22.20	6.857	2.558	7.76	15	15	18	48	
10-2	0.588	1.3164	7.537	22.85	7.096	2.543	7.71	16	16	17	49	
11	0.034	4.1918	11.204	27.35	11.086	1.639	11.37	19	19	14	52	
12	0.559	0.2945	9.942	54.35	22.136	20.003	16.44	20	20	20	60	
13-1	0.010	1.1132	3.988	11.38	3.960	0.479	1.37	2	3	5	10	II
13-2	0.014	1.1710	4.456	12.55	4.457	0.025	0.07	9	9	1	19	
14-1	0.010	1.1130	4.379	12.42	4.372	0.268	0.76	7	8	3	18	
14-2	0.015	1.1704	4.345	12.32	4.339	0.246	0.70	6	7	2	15	
1 <sup>a</sup>	8.014E-05	1.3690	3.892	11.10	3.865	0.461	1.31	1	1	4	6	I
2 <sup>a</sup>	-4.004E-04	1.3694	4.045	11.64	3.971	0.771	2.22	4	4	8	16	
3 <sup>a</sup>	-3.543E-04	1.3693	4.009	11.50	3.954	0.665	1.91	3	2	6	11	

<sup>a</sup> Funciones propuestas por el autor

**Tabla n° 3: Bondades de ajuste y ranking final para las funciones de ahusamiento**

La tabla anterior exhibe los resultados para el coeficiente de determinación  $R^2$  ajustado y para el error de estimación estándar de la regresión, para cada función, exceptuando la número 9, en la cual, por ser un modelo no lineal, no lo entregaba el paquete estadístico.

Se puede observar que el  $R^2$  en general no refleja un buen ajuste de las funciones hacia los datos de la población, esto ya es mucho más evidente y extremo en las últimas funciones, que son las propuestas por Cox y las propuestas por el autor (ver apéndices I y V). Esto puede deberse a que estas funciones tienen la forma  $Y - X$  en la variable dependiente, de manera que el coeficiente está reflejando esa relación y no la que

presentan las otras funciones. Si se considera en conjunto al error de estimación, que representa cuanto varía el estadístico de muestra a muestra, se observa que este presenta valores similares a otras funciones que obtuvieron valores más altos en el  $R^2$ . sin embargo como se mencionó en el método, estos valores son sólo de referencia y no fueron considerados en la selección de las mejores funciones.

De acuerdo al procedimiento mencionado por Cao et al. (1980), se presentan en la tabla los valores para cada estadístico (ECM, DSR, DIFA), su lugar dentro del ranking parcial y la selección de las dos mejores funciones, en base al menor valor de la sumatoria.

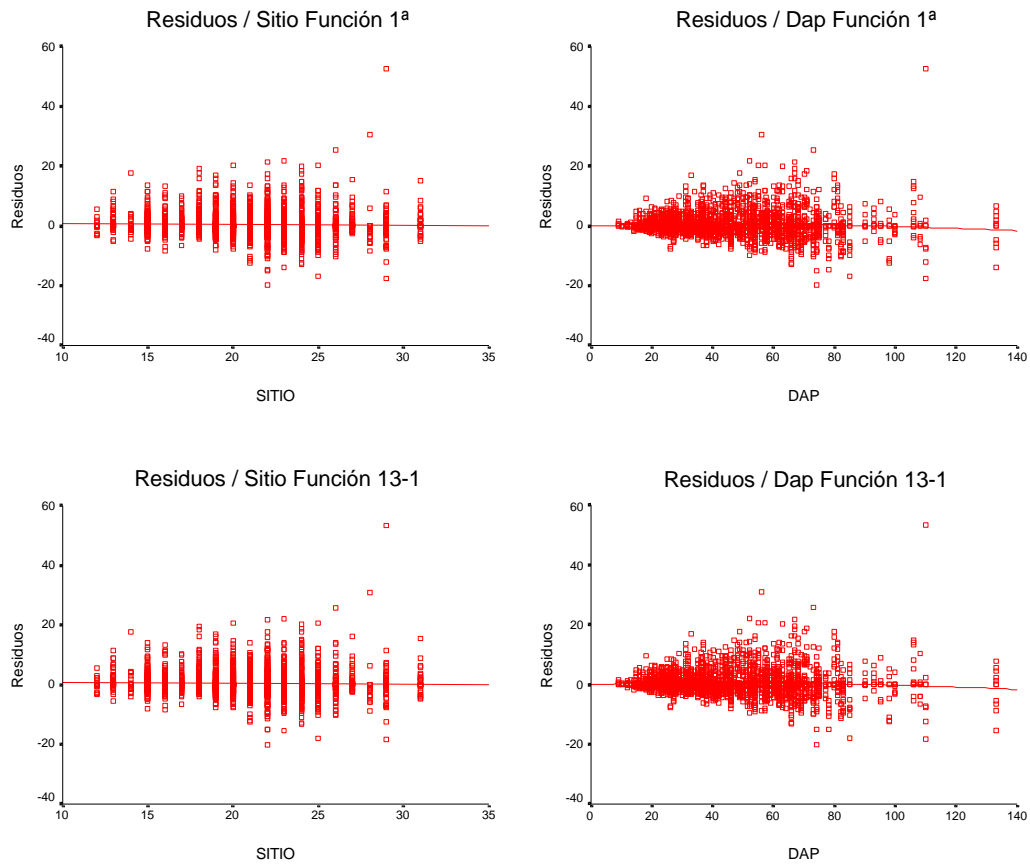
Con lo anterior, las mejores funciones fueron la 1ª, propuesta por el autor y la 13-1, propuesta por Cox. La forma de estas funciones es la siguiente:

$$1^a : \quad Y - X = b_1(X^8 - X) + b_2(X^4 - X) + b_3(X^2 - X)$$

$$13-1 : \quad Y - X = b_1(X^4 - X) + b_2(X^2 - X)$$

En la tabla 3 se aprecia la notoria diferencia, sobretodo en la DIFA, de los modelos con la forma  $Y - X$ , con respecto a los modelos tradicionales encontrados en la bibliografía. Esto generó que, precisamente, fueran seleccionados tres modelos con esa característica.

Como análisis adicional, para todas las funciones de ahusamiento y complementarias, se planteó la idea de graficar los residuos de estas funciones seleccionadas, con respecto a la principal variable predictora (Dap) y con alguna variable que no haya sido utilizada en el modelo. En estos gráficos se incluyó la línea de tendencia. La variable seleccionada debía ser una que fuera fácil de medir en terreno y que aportara además alguna información relevante, esta variable fue Sitio, que es habitualmente medida en los muestreos de bosque nativo, especialmente en lenga. De manera que los gráficos siguientes presentan los residuos (valor observado " $O_i$ " – valor estimado " $E_i$ ") contrastados con las variables Sitio y Dap, para cada función.



**Gráfico n° 1:** Residuos contrastados con Sitio y Dap para cada función de ahusamiento

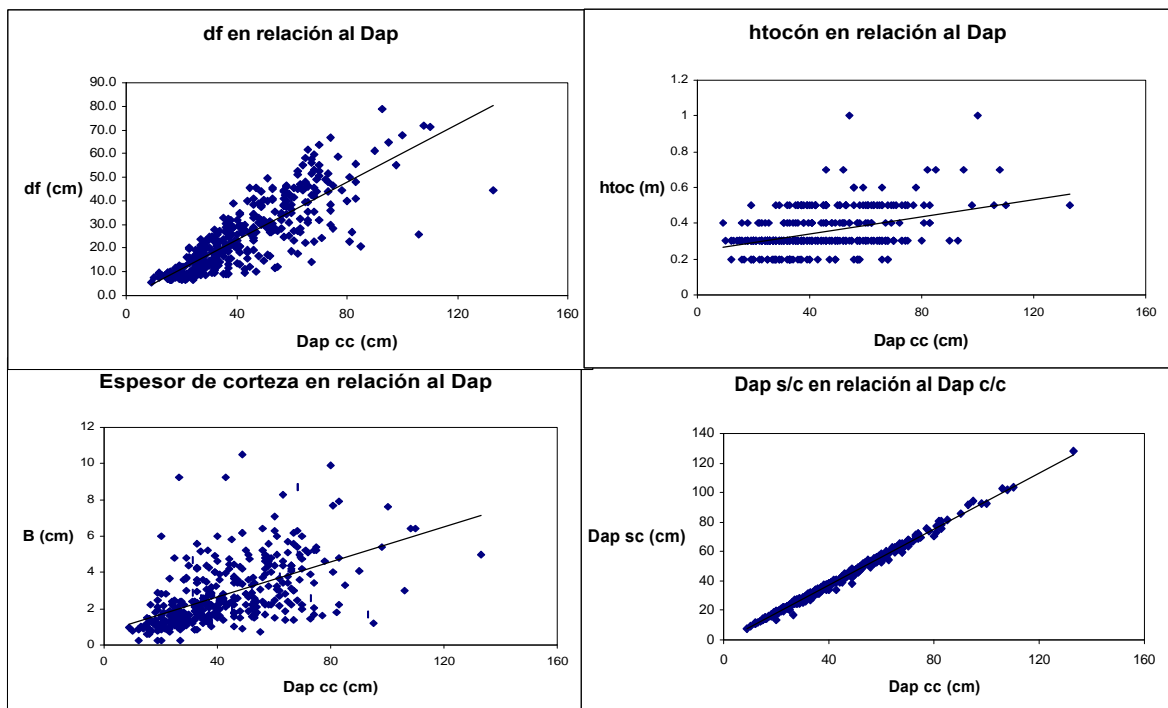
De acuerdo a lo observado en los gráficos, se puede decir que la variable Sitio presenta una influencia sutil en el comportamiento de los residuos, y las funciones se desempeñan con cierta independencia de esta variable, por lo cual en una posible modificación de tales funciones, la inclusión de una variable como Sitio podría significar una ganancia leve en las estimaciones. Si esta variable no representa un costo adicional se podría incluir dentro de las funciones seleccionadas, para evaluar su relevancia en la calidad de las estimaciones.

Con respecto al Dap, las funciones manifiestan con mayor evidencia una tendencia en el comportamiento de los residuos. Lo cual es esperable por la correlación existente entre esta variable y la sucesión diamétrica a lo largo del fuste del árbol.



## 4.2.- FUNCIONES COMPLEMENTARIAS

Las funciones complementarias se separaron en los tres tipos mencionados anteriormente, y la proposición de funciones por parte del autor de esta memoria, se basó en parte, en una apreciación visual de la dispersión de los datos para cada variable de interés, contrastada con la variable predictora por excelencia, el diámetro a la altura del pecho con corteza (Dap cc). Esta variable junto a la altura de comienzo de copa (hf), son las principales variables de entrada para casi la totalidad de las funciones propuestas; además de ser las variables que habitualmente se muestrean en terreno. No obstante, en algunas funciones se planteó la variable H (altura total del árbol), como variable de ingreso; principalmente debido a que estaba registrada en la base utilizada. Por lo que en una proposición final, la variable H deberá incluirse además, como variable adicional a muestrear en los bosques de Lengua de interés.



**Gráfico n° 2:** Dispersiones de la variable Df, htoc, B, Dsc con respecto al Dap cc

En los gráficos se puede apreciar una fuerte dispersión de las variables **df** (diámetro al inicio de copa) y **B** (Espesor de corteza al Dap). En la primera parece existir una mezcla de tendencias entre lo lineal principalmente y lo logarítmico, razón por la cual los modelos tomados de la bibliografía y los propuestos consideraron esta característica. La variable B también presentó una tendencia entre lo lineal, lo exponencial y lo logarítmico. De manera que los modelos presentaron la inclusión de logaritmos (neperianos y con base en 10), además de incluir algunos la exponenciación.

En el caso de la variable **htoc** (altura de tocón), la relación es discreta, puesto que la altura de corte de estos árboles es casi constante. En algunas ocasiones la altura promedio de tocón (0,35 m) aumenta debido a las condiciones de terreno, acumulación de nieve en especial. Se probaron funciones lineales, cuadráticas y logarítmicas.

El gráfico de la variable **Dap sc** (Dap sin corteza), muestra una relación perfectamente lineal que resulta evidente, al compararla con su similar Dap pero con corteza. De todas formas lo encontrado en la bibliografía fue un tanto diverso, dentro de lo poco tratado que resultó este tema. Las proposiciones por parte del autor estuvieron referidas, principalmente a lo lineal.

Función	Coeficientes Estimados					
	<i>b0</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b4</i>	<i>b5</i>
<b>Funciones de Diámetro al Fin del Fuste Limpio</b>						
(1)	0.714	-0.025	0.010			
(2)	0.642	-0.018	0.030			
(3)	-0.908	1.087				
(4)	1.988	0.025				
(5)	-158.834	-3.387	84.815	0.145	60.557	-0.529
(6)	0.653	0.026	9.112E-05	-0.072	0.136	
(7)	-61.981	1.269	24.655	-2.282		
(8)		-0.462	-0.088			
(9)	0.515	0.025	7.718E-04			
(1) <sup>a</sup>		0.879	-0.030	0.004		
(2) <sup>a</sup>	23.880	-0.880	0.020	-27.734		
(3) <sup>a</sup>	-7.938	1.392	0	-1.482E-04	-0.158	
(4) <sup>a</sup>	-4.358	1.074	-0.034	0		
(5) <sup>a</sup>	-5.599	-0.033	1.129	-7.195E-04		
(6) <sup>a</sup>	-6.898	0	5.075	0.032		

**Funciones de Altura del Tocón**

(1)	0.416	-2.376		
(1) <sup>a</sup>	0.295	0	2.276E-05	
(2) <sup>a</sup>	0.295	0	0	2.276E-05
(3) <sup>a</sup>	0.295	0	2.276E-05	
(4) <sup>a</sup>	0.295	2.276E-05	0	
(5) <sup>a</sup>	0.295	0	2.276E-05	
(6) <sup>a</sup>	0.828	10.074	-4.676	

**Funciones de Dap sin Corteza y Espesor de Corteza al Dap**

(1)	-0.076	0.996	4.494E-04			
(2)	-0.719	0.952				
(3)	3.046E+10	3.899E+08	7.632E+09	1.077E+10		
(4)	10.924	0.088				
(5)	-0.329	0.547				
(6)	0.719	0.048				
(7)	-0.062	0.086	-3.619E-04			
(1) <sup>a</sup>	0.062	0.914	3.619E-04			
(2) <sup>a</sup>	0.062	0.914	3.619E-04	0		
(3) <sup>a</sup>	-0.511	0.901	4.320E-04	0.057	0	0
(4) <sup>a</sup>	-3.619	1.00021	0.325	0.939	0.162	
(5) <sup>a</sup>	-1.051	-0.817	1.906	1.831		
(6) <sup>a</sup>	1556.607	4.592	-0.068	0.021		

<sup>a</sup> Funciones propuestas por el autor

**Tabla n° 4:** Coeficientes de regresión para las funciones complementarias

La tabla presenta los coeficientes estimados en la regresión para cada una de las funciones presentadas en los apéndices II, III, IV, VI, VII y VIII. Los coeficientes con valor cero representan las variables eliminadas en el proceso de regresión paso a paso (*stepwise method*), utilizando como criterio la estadística *F* con un valor de entrada 0,05 y de salida 0,1.

Llama la atención los coeficientes  $b_0$  y  $b_2$  de las funciones de altura de tocón 1<sup>a</sup> a la 5<sup>a</sup>, en la que los valores son iguales. Esto se explica por el método paso a paso, en la que al eliminar las variables que no aportaban a la predicción, sólo quedaron las que aparecen en el cuadro y que en los modelos corresponde a la misma variable.

#### 4.2.1.- Función de diámetro al fin del fuste limpio

En esta sección se entregan solamente los resultados de esta función, y se seleccionan las dos mejores evaluadas en base a lo mencionado en el método.

	R <sup>2</sup> ajust.	Std. Error	RECM	Ecm	DSR	DIFA	Difa	Ranking parcial			Suma	Sel.
			(cm)	%	(cm)	(cm)	%	ECM	DSR	DIFA	Rank.	
<b>1</b>	0.366	0.1374	7.003	27.70	7.011	0.053	0.21	8	9	10	<b>27</b>	
<b>2</b>	0.373	0.1366	6.875	27.24	6.884	0.013	0.05	6	7	6	<b>19</b>	
<b>3</b>	0.723	0.3244	8.547	35.58	8.472	1.204	5.01	14	14	14	<b>42</b>	
<b>4</b>	0.652	0.3632	12.955	53.19	12.943	0.869	3.57	15	15	13	<b>43</b>	
<b>5</b>	0.772	-----	7.060	28.00	7.069	0.012	0.05	9	10	5	<b>24</b>	
<b>6</b>	0.335	0.4916	8.180	33.58	8.145	0.864	3.55	13	13	12	<b>38</b>	
<b>7</b>	0.809	6.4890	6.455	25.59	6.463	0.001	0.00	2	2	2	<b>6</b>	<b>I</b>
<b>8</b>	0.909	0.1368	6.933	27.51	6.942	0.027	0.11	7	8	9	<b>24</b>	
<b>9</b>	0.377	0.6390	6.634	26.47	6.641	0.161	0.64	5	5	11	<b>21</b>	
<b>1<sup>a</sup></b>	0.948	6.6990	7.337	25.89	6.651	3.117	11.00	10	6	15	<b>31</b>	
<b>2<sup>a</sup></b>	0.706	8.0460	8.004	31.73	8.015	0.000	0.00	12	12	1	<b>25</b>	
<b>3<sup>a</sup></b>	0.812	6.4210	6.388	25.35	6.396	0.024	0.10	1	1	8	<b>10</b>	<b>*</b>
<b>4<sup>a</sup></b>	0.805	6.5500	6.524	25.84	6.533	0.020	0.08	4	4	7	<b>15</b>	
<b>5<sup>a</sup></b>	0.805	6.5465	6.467	25.64	6.475	0.002	0.01	3	3	3	<b>9</b>	<b>II</b>
<b>6<sup>a</sup></b>	0.753	7.3770	7.338	29.09	7.348	0.004	0.01	11	11	4	<b>26</b>	

<sup>a</sup> Funciones propuestas por el autor

**Tabla n° 5:** Bondades de ajuste y ranking final para las funciones de diámetro al inicio de copa

La tabla anterior exhibe los valores entregados por el paquete estadístico, para el coeficiente de determinación  $R^2$  ajustado y para el error de estimación estándar de la regresión, para cada función de los apéndices II y VI, exceptuando la número 5, en la cual, por ser un modelo no lineal, no era calculado por el paquete estadístico.

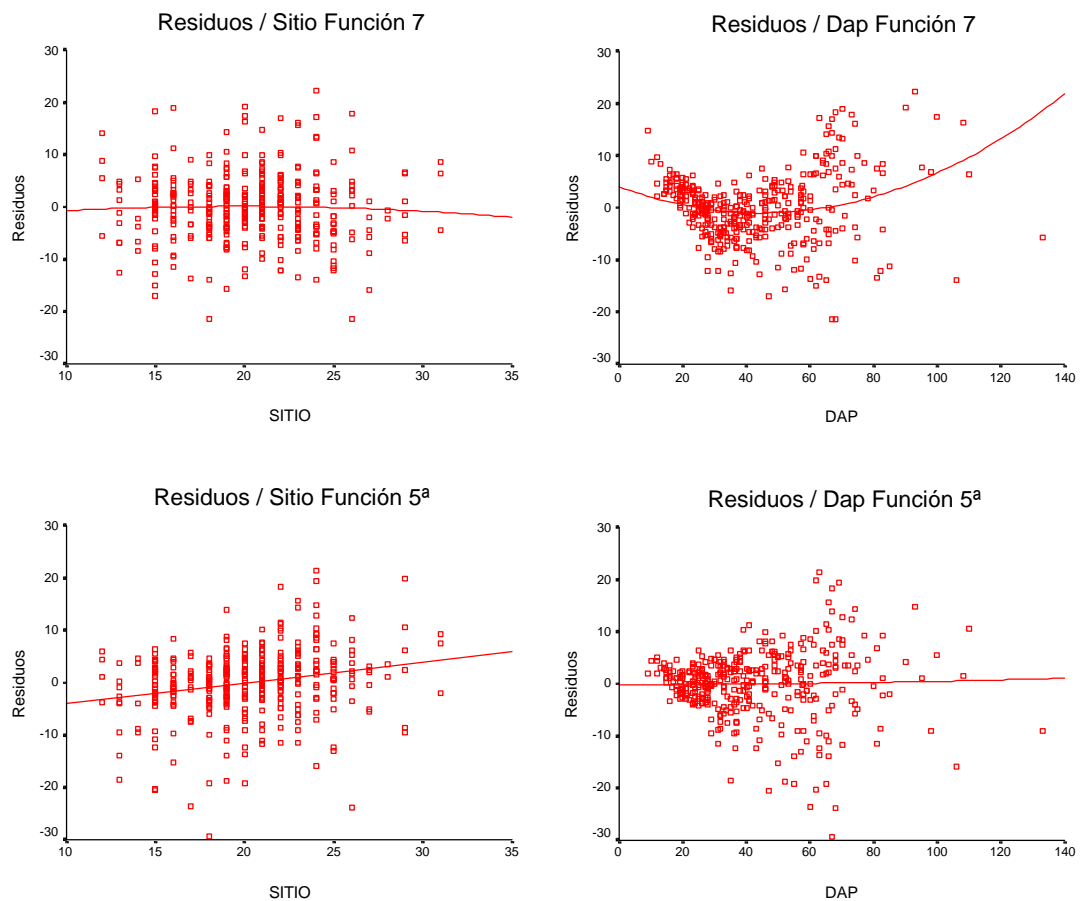
Se puede observar sólo una función con un buen ajuste hacia los datos y un bajo error estándar, la número 8. Las demás parecen tener asociado a un alto  $R^2$ , un error estándar alto, es el caso de las funciones 7, 1<sup>a</sup> y 3<sup>a</sup>.

Las funciones seleccionadas fueron entonces, la número 7 de las seleccionadas bibliográficamente; y la número 5 de las propuestas por el autor. La forma de estas funciones es la siguiente:

$$7 : \quad df = b_0 + b_1H + b_2Lnd + b_3h$$

$$5^a : \quad df = b_0 + b_1dh + b_2d_2 + b_3d_2^2$$

Es necesario mencionar que, pese a que la función 3ª, presenta un mejor ranking que la número 2, se optó por esta última debido a que el ECM y el DSR presentan ventajas en los modelos que no tienen transformada la variable “Y”, como en el 3ª, con lo cual tal vez se excluya a un modelo por el solo hecho de presentar una variable dependiente transformada.



**Gráfico n° 3:** Residuos contrastados con Sitio y Dap para cada función anterior

En la gráfica los residuos de las funciones seleccionadas muestran, principalmente en la función 5ª, una tendencia frente a la variable Sitio, mucho más evidente que en las funciones de ahusamiento anteriores. La inclusión de esta variable en la función 5ª supondría una ganancia y tal vez un mejor comportamiento de la misma. Por otro lado se

aprecia una fuerte tendencia de embudo en los residuos de las dos funciones, que delata un problema de heterogeneidad de varianzas de los residuos con respecto al Dap. Según Prodan *et al.* (1997), este es un fenómeno común al relacionar variables biológicas, que no invalida al ajuste. Por esta razón es necesario constatarlo al utilizar estas funciones en estimaciones dendrométricas.

#### 4.2.2.- Función de diámetro sin corteza y espesor de corteza

	R <sup>2</sup> ajust.	Std. Error	RECM	Ecm	DSR	DIFA	Difa	Ranking parcial			Suma	Sel.
			(cm)	%	(cm)	(cm)	%	ECM	DSR	DIFA	Rank.	
1	0.993	4.2E-02	1.453	3.66	1.455	0.032	0.080	5	5	9	19	
2	0.994	1.4720	1.468	3.69	1.470	0.020	0.051	9	11	8	28	
3	0.970	-----	3.291	7.73	1.760	2.782	6.537	13	12	13	38	
4	0.315	-----	1.455	52.14	1.457	0.008	0.297	7	7	5	19	
5	0.380	0.1461	1.476	57.86	1.460	0.231	9.042	10	9	11	30	
6	0.301	1.4720	1.468	52.78	1.470	0.000	0.011	8	10	4	22	
7	0.313	1.4590	1.453	52.23	1.455	0.000	0.002	2	2	3	7	I B
1 <sup>a</sup>	0.994	1.4590	1.453	3.66	1.455	0.016	0.041	3	3	6	12	II dsc
2 <sup>a</sup>	0.994	1.4590	1.453	3.66	1.455	0.016	0.041	4	4	7	15	
3 <sup>a</sup>	0.994	1.4490	1.441	3.62	1.443	0.000	0.000	1	1	1	3	I dsc
4 <sup>a</sup>	0.315	-----	1.455	52.29	1.457	0.000	0.001	6	6	2	14	II B
5 <sup>a</sup>	0.887	-----	2.470	85.87	2.471	0.095	3.290	12	13	10	35	
6 <sup>a</sup>	0.391	-----	1.485	59.65	1.458	0.292	11.745	11	8	12	31	

<sup>a</sup> Funciones propuestas por el autor

**Tabla n° 6:** Bondades de ajuste y ranking final para las funciones de Dap sc y espesor de corteza

El R<sup>2</sup> presentó en tres funciones de bibliografía, la número 1, 2 y 3 un valor muy alto, cercano a 1. Similar tendencia se aprecia para las tres primeras funciones propuestas en esta memoria, las que además presentaron un error estándar bastante bajo.

Las funciones seleccionadas fueron la número 7 y la 4<sup>a</sup>, para el espesor de corteza; y la número 3<sup>a</sup> y 1<sup>a</sup> para el diámetro sin corteza, ambas propuestas por el autor. En este caso coincidió la selección de las mejores funciones (1<sup>a</sup> y 3<sup>a</sup>), con buenos valores en los estadísticos de bondad de ajuste. La forma de estas funciones es la siguiente:

$$7 : \quad B = b_0 + b_1 d_{cc} + b_2 d_{cc}^2$$

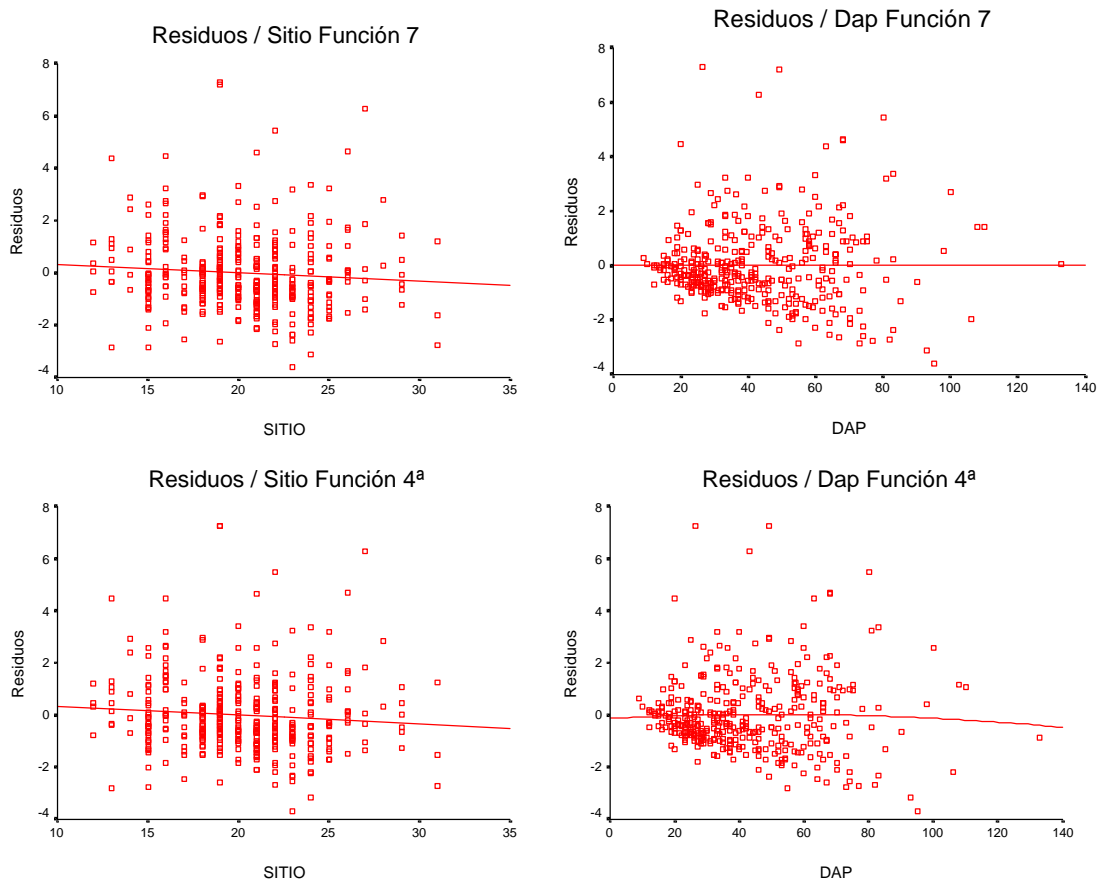
$$4^a : \quad B = b_0 + b_1 d^{b^2} + b_3 (d^2)^{b^4}$$

$$3^a : \quad \text{dsc} = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3H$$

$$1^a : \quad \text{dsc} = b_0 + b_1d + b_2d^2$$

Los términos que aparecen en la función 3<sup>a</sup> fueron los que el método paso a paso validó, y que por consiguiente, aportaban con una ganancia significativa en la estimación de la variable Y. Las otras variables fueron eliminadas.

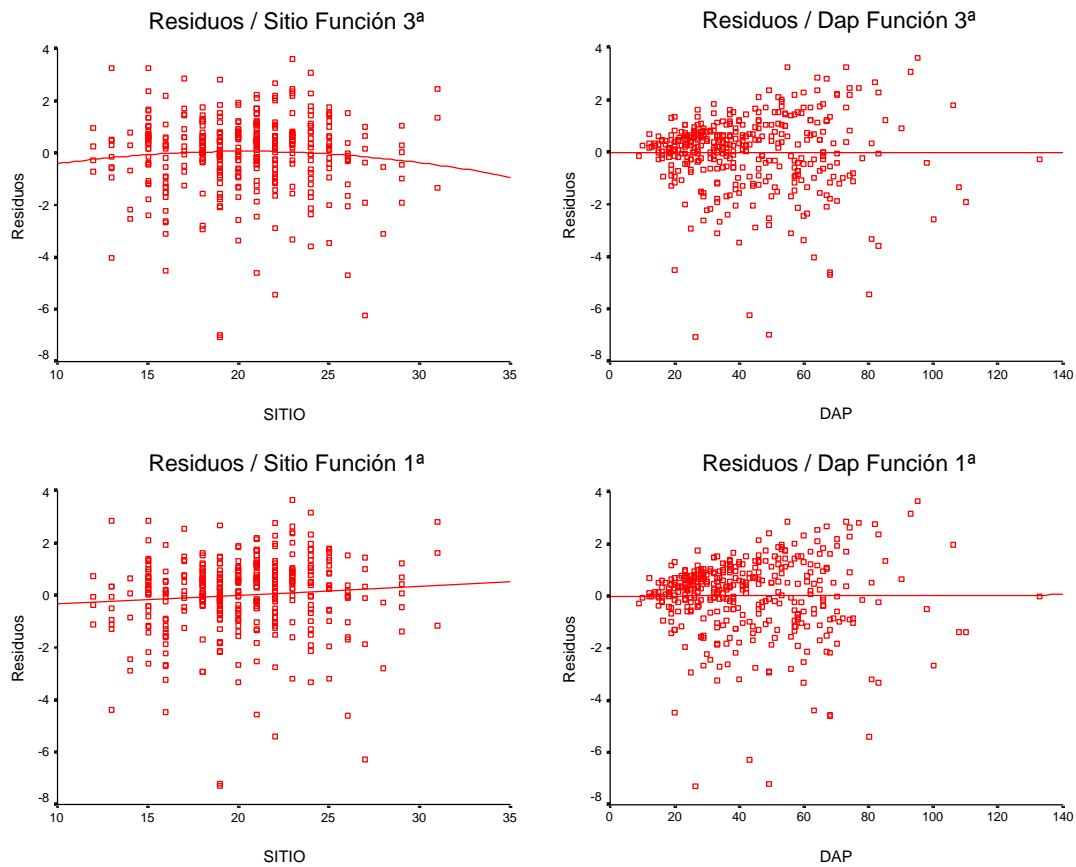
El comportamiento de los residuos de las funciones seleccionadas, se presenta en las gráficas 4 y 5.



**Gráfico nº 4:** Residuos contrastados con Sitio y Dap para las funciones de espesor de corteza

En los gráficos de Sitio es posible detectar una dispersión mayor de los datos agrupados en el eje X y distribuyéndose con homogeneidad en torno a él, pero con algunos puntos fugándose del ámbito central, debido principalmente a problemas en el ajuste de los

árboles de talla media de la población. En este caso correspondería a una subestimación por parte de la función. Nuevamente se aprecia una tendencia evidente de los residuos con respecto al Sitio. En los gráficos del Dap también se aprecia una gran dispersión, pero el grueso de los datos se distribuye en torno al eje X. Se deduce que hacia los Dap más altos, existe una mayor tendencia hacia la sub, principalmente, o sobre estimación. La línea de tendencia marca una inclinación más evidente en la función 4ª.



**Gráfico nº 5: Residuos contrastados con Sitio y Dap para funciones de Dap sc**

A diferencia de la gráfica anterior, en este caso la tendencia de los residuos es a la sobrestimación dentro de la talla media de los árboles de la población. Pero en general también se aprecia una homogeneidad en la distribución de los residuos en la gráfica de Sitio. Por otro lado las gráficas de Dap también demuestran cierta heterogeneidad de varianzas, en la distribución de sus residuos.



### 4.2.3.- Función de altura de tocón

La mayoría de las funciones propuestas fue desestimada por el método paso a paso, básicamente por ser, en general, combinaciones lineales de las otras. No hubo una propuesta muy diversa de funciones principalmente por la naturaleza de los datos, al ser una variable muy discreta y con muy poca variabilidad, se optó por probar funciones básicas, que fueron las que finalmente se presentan en el cuadro siguiente.

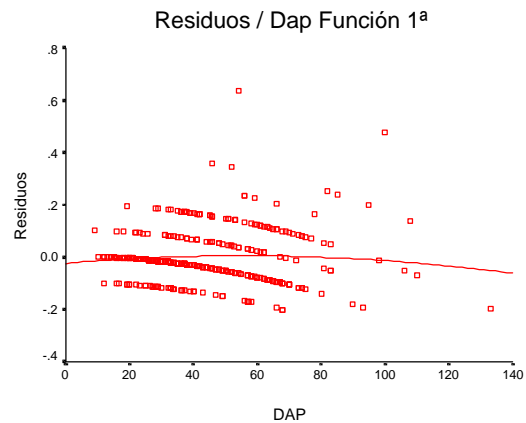
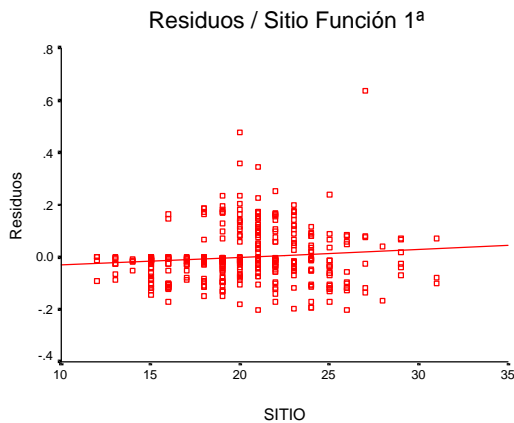
	R <sup>2</sup> ajust.	Std. Error	RECM	Ecm	DSR	DIFA	Difa	Ranking parcial			Suma	Sel.
			(m)	%	(m)	(m)	%	ECM	DSR	DIFA	Rank.	
<b>1</b>	0.103	0.1070	0.1065	30.82	0.1067	-0.00015	-0.042	3	3	2	<b>8</b>	
<b>1<sup>a</sup></b>	0.183	0.1020	0.1017	29.45	0.1018	0.00032	0.093	1	1	3	<b>5</b>	
<b>6<sup>a</sup></b>	0.172	0.1030	0.1022	29.58	0.1023	0.00008	0.022	2	2	1	<b>5</b>	<b>I</b>

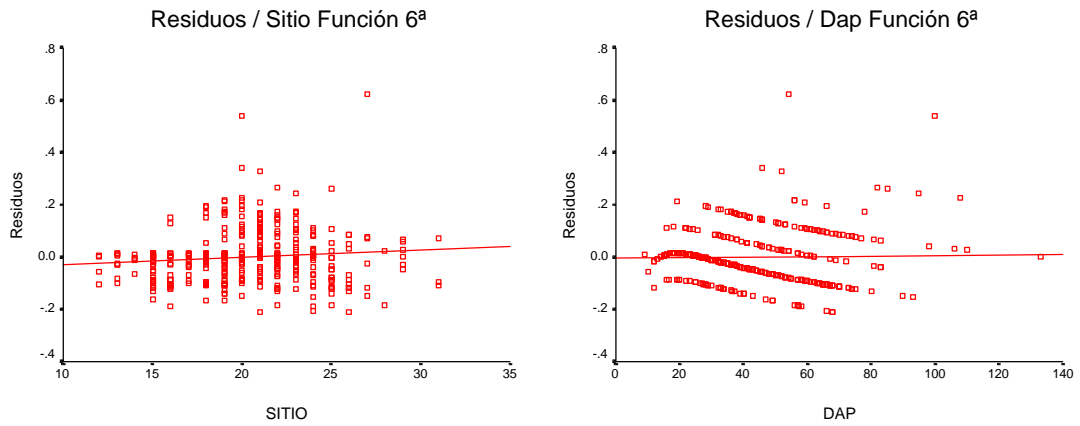
<sup>a</sup> Funciones propuestas por el autor

**Tabla n° 7: Bondades de ajuste y ranking final para las funciones de altura de tocón**

En este caso todas las funciones presentaron un ajuste pobre a los datos, y un error estándar similar, sin embargo la capacidad predictiva fue bastante óptima, según lo que se ve en el cuadro.

La poca variabilidad de los datos en esta variable (media: 0,35 ; Desv.: 0,11) provocó que, en general, los modelos se comportaran de manera similar. Se aprecia un valor muy bajo en la DIFA de las tres funciones evaluadas, con un valor muy cercano a cero en la 6<sup>a</sup>. Se apoyó la selección con los gráficos de las funciones 1<sup>a</sup> y 6<sup>a</sup>, que se muestran a continuación.





**Gráfico n° 6:** Residuos contrastados con Sitio y Dap para las funciones de altura de tocón

Pese a que ambas funciones se comportan de manera similar, se aprecia una mayor homogeneidad, aunque leve, en la función 6<sup>a</sup>. La gráficas de Sitio presentan una tendencia notoria de acuerdo a la recta de ajuste. Al parecer esta función también se beneficiaría de la inclusión de esta variable. Por la naturaleza de las funciones sólo se seleccionó una, la 6<sup>a</sup> propuesta por el autor. La forma de esta función es la siguiente:

$$6^a : \quad htoc = b_0 + b_1d^{-1} + b_2d^{-0.5}$$

#### 4.3.- PRUEBAS DE VIOLACIÓN DE SUPUESTOS

De acuerdo a lo mencionado en el punto 3.2.3 del método, se presentan las pruebas estadísticas para las funciones seleccionadas anteriormente.

Test de Kolmogorov-Smirnov								
N = 386	Dscf	Dsc	Dcc	Hf	Htoc	Htot	B	D <sub>2</sub>
Kolmogorov-Smirnov Z	1.931	1.985	1.896	1.210	6.800	0.783	2.864	1.690
Significación	0.001	0.001	0.002	0.107	0	0.571	1.79E-07	0.007
Mayores a 0,05 es:				<b>Normal</b>	<b>Normal</b>			

**Tabla n° 8:** Kolmogorov-Smirnov para las variables de las funciones seleccionadas

En esta primera prueba, en la que se evalúan únicamente las variables involucradas, el supuesto de normalidad sólo se cumple para la variable **Hf** (altura del comienzo de copa) y para la variable **Htot** (altura total del árbol), cuyas significancias son mayores a 0,05.

<b>Prueba de Levene</b>		
	Estadística de Levene	Significancia
<b>Ahusamiento</b>		
Y con X	55.8412	2.220E-16
dl con dsc	1.3979	0.2034 Homogeneidad
dl con dscf	1.6411	0.1237 Homogeneidad
dl con hf	1.4584	0.1841 Homogeneidad
<b>Diámetro al fin del fuste limpio</b>		
df con hf	1.5677	0.1144 Homogeneidad
df con Htot	2.2286	0.0122
df con dcc	2.7405	8.496E-04
df con Ln(dcc)	5.7033	3.264E-06
df con d2	1.5678	0.1044 Homogeneidad
<b>Espesor de corteza</b>		
B con dcc	5.1680	9.180E-06
<b>Diámetro sin corteza</b>		
dsc con dcc	2.4326	0.0027
dsc con Htot	2.4276	0.0066
<b>Altura de tocón</b>		
htoc con dcc	3.0291	2.997E-04

**Tabla n° 9:** Prueba de Levene para parejas de variables de las funciones seleccionadas

La prueba de Levene, que evalúa la homogeneidad de la varianza de una variable con respecto a otra, se resume la tabla n° 9. En esta prueba cuando la significancia en una pareja de variables es mayor a 0,05, entonces el supuesto se justifica y las varianzas son iguales. Esto ocurrió con las variables principales de las funciones de ahusamiento, **dl** (diámetro sin corteza a una altura *l*) con respecto a **dsc** (dap sin corteza), a **dscf** (diámetro al comienzo del fuste limpio) y a **hf** (altura del fuste limpio). Además con **dscf** en relación a **hf** y **d<sub>2</sub>** (diámetro sin corteza a los 2 m).

<b>Test Durbin-Watson</b>		
<b>Ahusamiento</b>		
Cox 13-1	1.5491	+ autocorr.
1 <sup>a</sup>	1.5491	+ autocorr.
<b>Diámetro al fin del fuste limpio</b>		
7	1.8135	+ autocorr.
5 <sup>a</sup>	1.8485	+ autocorr.
<b>Espesor de corteza</b>		
7	1.3453	+ autocorr.
4 <sup>a</sup>	1.8658	+ autocorr.
<b>Diámetro sin corteza</b>		
3 <sup>a</sup>	1.3680	+ autocorr.
1 <sup>a</sup>	1.3453	+ autocorr.
<b>Altura de tocón</b>		
6 <sup>a</sup>	0.8963	+ autocorr.

**Tabla n° 10:** Durbin-Watson para las funciones seleccionadas

La prueba para la correlación de los residuos, se evalúa con un valor de referencia que es dos. Los valores menores a dos indican correlación positiva, que fue el caso de todas las funciones seleccionadas, de acuerdo a la tabla n°10.

#### 4.4.- VALIDACIÓN DE LAS FUNCIONES EN CONJUNTO

Al realizar la combinatoria de todas las funciones seleccionadas para su validación final en conjunto, se generaron 8 combinaciones de las funciones complementarias para ser evaluadas con cada una de las dos funciones de ahusamiento seleccionadas. Es decir 16 combinaciones que se utilizaron con cada uno de los árboles seleccionados al azar, dentro de los cinco intervalos diamétricos definidos. Para las funciones complementarias (f.c.) el siguiente esquema es válido.

Nº	f.c.	Nº	f.c.
1	5 <sup>a</sup> -7-6 <sup>a</sup>	5	7-7-6 <sup>a</sup>
2	5 <sup>a</sup> -4 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup>	6	7-4 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup>
3	5 <sup>a</sup> -3 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup>	7	7-3 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup>
4	5 <sup>a</sup> -1 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup>	8	7-1 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup>

En las columnas **f.c.** el primer número corresponde a la función de diámetro al comienzo de copa; el segundo al espesor de corteza o en su defecto al diámetro sin corteza; y el tercer número a la función de altura de tocón.

Las dos tablas del apéndice IX presentan los resultados generales con la siguiente nomenclatura: las dos funciones de ahusamiento 13-1 y 1<sup>a</sup>; se simbolizaron con A y B respectivamente. Las funciones complementarias de acuerdo al esquema anterior.

De las tablas presentadas en el apéndice se desprende el resumen de la tabla n°11, en donde la función de ahusamiento A (13-1), obtuvo los más bajos valores en las medidas de error y sesgo, para los volúmenes totales y por sección.

		Vol. Tot	Vol. Sec
<b>A</b>	<b>RECM</b>	<b>0.4868</b>	<b>0.1796</b>
	<b>Des Res</b>	<b>0.4425</b>	<b>0.1759</b>
	<b>DIFA</b>	<b>0.1922</b>	<b>0.0580</b>
<b>B</b>	<b>RECM</b>	<b>0.4923</b>	<b>0.1804</b>
	<b>Des Res</b>	<b>0.4722</b>	<b>0.1781</b>
	<b>DIFA</b>	<b>0.1939</b>	<b>0.1158</b>

**Tabla n° 11:** Resumen de la validación por volúmenes de las funciones de ahusamiento

El desempeño de las funciones complementarias, alimentando a la función A (13-1), se resume en la tabla n°12.

	Vol. Tot					Vol. Sec				
	RECM	Ecm%	Des Res	DIFA	Difa%	RECM	Ecm%	Des Res	DIFA	Difa%
<b>1 (m3)</b>	0.4457	13.35	0.3615	0.2847	8.53	0.1985	13.35	0.1904	0.0823	5.29
<b>2 (m3)</b>	0.5207	15.18	0.5099	0.1927	5.62	0.1925	15.18	0.1855	0.0781	5.03
<b>3 (m3)</b>	0.5390	16.75	0.3753	0.4047	12.58	0.1582	16.75	0.1663	0.0126	0.85
<b>4 (m3)</b>	0.5462	17.00	0.3800	0.4103	12.77	0.1590	17.00	0.1673	0.0095	0.64
<b>5 (m3)</b>	0.4671	12.84	0.4921	0.0147	0.41	0.2077	12.84	0.1874	0.1074	6.78
<b>6 (m3)</b>	0.4617	12.72	0.4866	0.0067	0.18	0.2016	12.72	0.1826	0.1031	6.53
<b>7 (m3)</b>	0.4590	13.06	0.4699	0.1091	3.10	0.1598	13.06	0.1639	0.0371	2.46
<b>8 (m3)</b>	0.4555	12.98	0.4645	0.1150	3.28	0.1590	12.98	0.1637	0.0340	2.25

**Tabla n° 12:** Resumen de la validación por volúmenes para las funciones complementarias

En el cuadro se observa que en la estimación del volumen del fuste limpio, el grupo 1 presenta los valores más bajos en el REMC y en la DS, no así en la DIFA. Pero en suma es el grupo que mejor se comporta. Sin embargo, en la estimación del volumen por sección es el grupo 3 el que en suma presenta los valores más bajos.

En la selección de un grupo único, al considerar el ranking con estas medidas de error, es el grupo 8 el que sale favorecido con el menor valor de error.

La tabla 13 presenta la evaluación puntual de este grupo y adicionalmente, de acuerdo a lo señalado en el punto 3.2.5, su evaluación considerando un reajuste de las funciones pero con la estratificación propuesta.

		<b>Combinación 13-1 - 8</b>			
			<b>m3 s/c</b>	<b>m3 s/c</b>	<b>m3 s/c</b>
	<b>Intervalo Dap.</b>	<b>Fase</b>	<b>Real</b>	<b>Est.</b>	<b>Est. por Fase</b>
<b>V</b>	<b>(9-35)</b>	<b>J</b>	0.3977	0.3162	0.3121
<b>O</b>	<b>(9-35)</b>	<b>M</b>	0.2203	0.1827	-0.1799
<b>L.</b>	<b>(35-60)</b>	<b>M</b>	1.2792	1.3045	0.6985
	<b>(35-60)</b>	<b>SM</b>	1.0755	1.1683	1.3769
<b>T</b>	<b>(60-85)</b>	<b>J</b>	3.5206	3.1362	3.2563
<b>O</b>	<b>(60-85)</b>	<b>SM</b>	2.6869	2.1196	3.2568
<b>T</b>	<b>(85-110)</b>	<b>SM</b>	5.7783	4.8409	7.3896
<b>A</b>	<b>(85-110)</b>	<b>SM</b>	4.2500	5.0120	7.7854
<b>L</b>	<b>(110-135)</b>	<b>SM</b>	10.2969	10.5386	15.2493
	<b>(110-135)</b>	<b>SM</b>	6.7233	6.4594	9.9775
<b>S</b>	<b>(9-35)</b>	<b>J</b>	0.2172	0.1795	0.1532
<b>E</b>	<b>(9-35)</b>	<b>M</b>	0.1410	0.1161	-0.2165
<b>C</b>	<b>(35-60)</b>	<b>M</b>	0.8099	0.8286	0.3014
<b>C</b>	<b>(35-60)</b>	<b>SM</b>	0.6708	0.6948	0.8012
<b>I</b>	<b>(60-85)</b>	<b>J</b>	1.0968	1.1109	0.9802
<b>O</b>	<b>(60-85)</b>	<b>SM</b>	1.0505	0.9071	1.4563
<b>N</b>	<b>(85-110)</b>	<b>SM</b>	2.5642	2.6209	4.2390
<b>E</b>	<b>(85-110)</b>	<b>SM</b>	1.3265	1.6851	2.2635
<b>S</b>	<b>(110-135)</b>	<b>SM</b>	3.8733	4.1276	5.5630
	<b>(110-135)</b>	<b>SM</b>	3.0029	2.8227	4.9025

**Tabla nº 13: Volúmenes total y por secciones para el grupo de funciones 13-1 - 8**

En esta tabla se observa el buen comportamiento de las funciones del grupo seleccionado, evaluado sin realizar la estratificación sobre la población, en comparación a

las mismas funciones, utilizando los nuevos coeficientes de regresión del proceso de estratificación. Esta última forma muestra errores de sub y sobreestimación, sobre todo en los árboles de talla gruesa, que en este caso representan a los ejemplares sobremaduros, en donde los valores son notoriamente más altos. También se observa una subestimación muy grande en el intervalo (9-35), con valores negativos.

Finalmente la prueba **t** tendría que confirmar estas tendencias de las funciones en ambos casos, para que la selección tenga peso estadístico.

	Std.		Std.	95% Intervalo de Confianza		t	gl	Sig.
	Media	Desviación		Inferior	Superior			
REAL - EST	0.0405	0.34749	0.0777	-0.1221	0.20313	0.5213	19	0.6081

**Tabla n° 14: Prueba t para el grupo 13-1 – 8 sin estratificación**

	Std.		Std.	95% Intervalo de Confianza		t	gl	Sig.
	Media	Desviación		Inferior	Superior			
REAL - ESTFASE	-0.9292	1.53322	0.34284	-1.6468	-0.2117	-2.7104	19	0.0138

**Tabla n° 15: Prueba t para el grupo 13-1 - 8 con estratificación**

La prueba confirma lo observado en la tabla anterior. En la tabla n°14 la significancia mayor a 0,05 es índice de que no hay diferencia en las medias de los valores reales y los estimados por las funciones seleccionadas. Además cuando en el intervalo de confianza está incluido el cero, es señal de que la diferencia es pequeña. No ocurre lo mismo en el caso de las funciones luego de la estratificación, y la prueba, con una significancia menor a 0,05, señala que las medias de los valores reales difieren notoriamente de las medias de los valores estimados. El intervalo de confianza (95%), no incluye el cero, señal de que la diferencia es grande.

## 5.- CONCLUSIONES

En términos generales la función de ahusamiento 13-1, propuesta por Cox, fue la que tuvo los menores errores (ECM, Desviación de los residuos, DIFA), en la evaluación de la estimación de los volúmenes totales y por sección, con cualquiera de las combinatorias de las funciones complementarias, al ser comparada con la función de ahusamiento 1ª, propuesta por el autor. Sin embargo es necesario mencionar que en el apéndice IX las celdas en amarillo indican el grupo de funciones que más se acercó al valor real, pero la única que no presentó aproximaciones en la estimación puntual de volúmenes, independiente de la función de ahusamiento utilizada, fue la 4. Es decir, esta combinación no debería ser utilizada y ser descartada en el momento de definir un sistema único de estimación.

La definición de un grupo particular de funciones, que generen un sistema único de estimación, se hace complejo puesto que su calidad en la estimación puntual, parece estar determinado por la dimensión del árbol. Como se aprecia en los apéndices en las casillas amarillas, parece existir una mejor estimación de los volúmenes totales, hasta una talla media de los árboles (bajo los 85 cm. de Dap.), utilizando las combinatorias 5 a la 8 de las funciones complementarias; para los árboles superiores a 85 cm las mejores estimaciones puntuales se obtienen con las combinatorias 1 a la 5. Estas combinaciones son hasta cierto punto independientes de la función de ahusamiento utilizada. No obstante en la estimación por secciones se invierte el asunto, presentando mejores estimaciones para los árboles menores a 85 cm de Dap, las hechas con las combinatorias 1 a la 5. Dejando a los árboles más gruesos con las combinatorias 5 a la 8.

Con lo anterior, y ante la necesidad de llegar a un conjunto único y mínimo de funciones, y utilizando como parámetro principal la DIFA, la combinación 13-1 - 8 aparece como la más favorable. Obteniendo estimaciones con un error alrededor del 3%.



## 6.- BIBLIOGRAFÍA

- ALBORNOZ, A. 1999. Modelos fustales para Lenga (*Nothofagus pumilio* (Poepp et Endl. Krasser). Tesis de grado. Fac. de Ciencias Silvoagropecuarias. Universidad Mayor. Santiago-Chile. 41 p.
- ALVAREZ, M. 1999. Construcción de un modelo fustal mediante un proceso de interpolación por aproximación polinómica. Memoria Ingeniería Forestal. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 31 p.
- AMIDON, E. L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed-conifer species in California. *Forest Science* 30 (1): 166 – 171 pp.
- BI, H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for australian eucalypts. *Forest Science* 46 (3): 397 – 409 pp.
- BIGING, G. S. 1984. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. *Forest Science* 30 (4): 1103 – 1117 pp.
- BRUCE, D. 1972. Some transformation of the Behre equation of tree form. *Forest Science* 18 (2): 164 – 166 pp.
- CANAVOS, G. 1988. Probabilidad y estadística; Aplicaciones y métodos. Editorial McGraw-Hill. México D. F. México. 651 p.
- CAO, Q; BURKHART, H y MAX, T. 1980. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of Loblolly Pine to any merchantable limit. *Forest Science* 26 (1): 71 – 80 pp.
- COFFRE, W. 1983. Modelos fustales. Tesis de grado. Fac. de Ciencias Forestales. Universidad Austral de Chile. 46 p.

- CONAF, 1999. Decreto Ley N° 701 sobre fomento forestal y Ley de Bosques. Textos legales vigentes sobre fomento forestal. Ministerio de Agricultura. Gerencia de Normativas y Fiscalización.
- CONAF / CONAMA / BIRF. 1999. Catastro y evaluación de recursos vegetacionales nativos de Chile, Informe nacional con variables ambientales. Santiago, Chile. 89 p.
- CORVALAN, P. 1977. Estudio preliminar de crecimientos en algunos renovales de la Isla Grande de Chiloé. Memoria Ingeniería Forestal. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 106 p.
- CORVALAN, P. 1997-1998. Modelos dendrométricos para la especie *Araucaria araucana* (mol).c.koch en rodales fuertemente intervenidos. Ciencias Forestales 97-98: 33 – 41 pp.
- CZAPLEWSKI, R. L. y McCLURE, J. P. 1988. Conditioning a segmented stem profile model for two diameter measurements. Forest Science 34 (2): 512 – 522 pp.
- DEMAERSCHALK, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. Forest Science 18 (3): 241 – 245 pp.
- DÍAZ, J; DEVLIEGER, F; POBLETE, H y JUACIDA, R. 1989. Maderas Comerciales de Chile. 2º Edición. Colección naturaleza de Chile Volumen 4. Marisa Cúneo Ediciones. Valdivia, Chile. 78 p.
- DONOSO, C. 1993. Bosques templados de Chile y Argentina: Variación estructura y dinámica. Primera edición. Editorial universitaria. 483 p.
- DRAPER, N y SMITH, H. 1967. Applied regression analysis. Third edition. John Wiley & Sons, Inc. New York, London, Sydney. 407 p.
- FUENTEVILLA, C. 1999. Compendio de funciones y tablas para el manejo del bosque nativo. Tesis de grado. Universidad de Concepción. Chile. 228 p.

- FURNIVAL, G. M. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *Forest Science* 7 (4): 337 – 341 pp.
- GAJARDO, R. 1994. La vegetación natural de Chile. Clasificación y distribución geográfica. Primera edición. Editorial Universitaria. 165 p.
- GONZALEZ, J. 1989. Función de ahusamiento para *Eucalyptus globulus*. Tesis de grado. Fac. de Ciencias Agropecuarias y Forestales. Universidad de Concepción. Chile. 39 p.
- GORDON, A. 1983. Estimating bark thickness of *Pinus radiata*. *New Zealand Journal of Forestry Science* 13 (3): 340 – 353 pp.
- GROSENBAUGH, L. R. 1966. Tree form: Definition, interpolation, extrapolation. *The Forestry Chronicle* 4: 444 – 457 pp.
- HIGUERA, C. 1994. Funciones de volumen y ahusamiento para Roble (*Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst) y Hualo (*Nothofagus glauca* (Phil.) Kraser). Tesis de grado. Universidad Austral. Fac. Ciencias Forestales. Valdivia, Chile. 74 p.
- HUSCH, B.; MILLER, CH. y BEERS, T. 1993. *Forest Mensuration*. Third Edition. Krieger Publishing Company. Malabar, Florida. 402 p.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR. 1998. Atlas Geográfico de Chile para la Educación. Quinta Edición. Santiago. Chile. 143 p.
- KAWAS, N. 1978. Estimación de volumen cúbico por árbol con base muestral restringida, para especies forestales nativas. Memoria Ingeniería Forestal. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Forestales. Santiago, Chile. 98 p.
- KOZAK, A.; MUNRO, D. D. y SMITH, J. H. G. 1969. Taper functions and their application in forest inventory. *The Forestry Chronicle* 45: 278 – 283 pp.

- KOZAK, A. y SMITH, J. H. G. 1993. Standards for evaluating taper estimating systems. The Forestry Chronicle 69 (4): 438 – 444 pp.
- LOETSCH, F; ZÖHRER, F. y HALLER, K.. E. 1973. Forest Inventory. Vol. 2. BLV Verlag. München. 469 p.
- MAX, T. A. y BURKHART, H. E. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. Forest Science 22 (3): 283 – 289 pp.
- NECULMAN, M. 1996. Determinación del espesor de corteza a diferentes alturas en *Pinus radiata* (D. Don). Tesis de grado. Universidad Austral. Fac. Ciencias Forestales. Valdivia, Chile. 39 p.
- PENMAN, J. T. D. 1988. Volume, taper, and bark thickness in seedlings and cuttings from mamaku forest, New Zealand. New Zealand Journal of Forestry Science 18 (3): 311 – 317 pp.
- PERA, R. 1982. Modelo de ahusamiento del fuste de árboles de pino insigne. Memoria Ingeniería Forestal. Universidad de Chile. Fac. de Ciencias Agrarias Veterinarias y Forestales. Santiago, Chile. 42 p.
- PEREZ, D. N.; BURKHART, H. E. Y STIFF, C. T. 1990. A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in Central Honduras. Forest Science 36 (1): 186 – 191 pp.
- PISANO, E. 1977. Fitogeografía de Fuego-Patagonia Chilena. Anales del Instituto de la Patagonia 8: 121 – 250 pp.
- PRODAN, M; PETERS, R; COX, F y REAL, P. 1997. Mensura Forestal. Serie de Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible. San José, Costa Rica. 561 p.
- REYNOLDS, M. R. Jr. 1984. Estimating the error in model predictions. Forest Science 30 (2): 454 – 469 pp.

- RODRIGUEZ, R; MATTHEI, S y QUEZADA, M. 1983. Flora Arbórea de Chile. Editorial de la Universidad de Concepción. Chile. 408 p.
- ROSS, S. 2002. Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Segunda Edición. Editorial McGraw-Hill. México D. F. México. 585 p.
- SALAS, C. 2002. Ajuste y validación de ecuaciones de volumen para un relicto del bosque de Roble-Laurel-Lingue. Revista Bosque 2 (23): 81 – 92 pp.
- TRINCADO, G; GADOW, K y TEWARI, V. 1995. Comparison of three stem profile equations for *Quercus robur* L. Artículo no publicado. 10 p.
- TRONCOSO, H. 1996. Funciones de ahusamiento para rodales jóvenes de *Eucalyptus*. Tesis de licenciatura. Fac. de Recursos Naturales. Universidad de Talca. Talca – Chile. 41 p.
- VALDES, B. 2002. Modelamiento y determinación del efecto de tres intensidades de raleo en el espesor de corteza en fustes de *Pinus radiata* (D. Don), VIII Región Chile. Memoria de Título. Fac. de Recursos Naturales. Universidad de Talca. Talca – Chile. 50 p.
- VAN LAAR, A. y AKÇA, A. 1997. Forest Mensuration. Cuvillier Verlag. Göttingen. Alemania. 418 p.
- VISAUTA, B. 1997. Análisis estadístico con SPSS para Windows, estadística básica. Editorial McGraw-Hill. Madrid, España. 304 p.
- WIANT, H. V. y KOCH, C. B. 1974. Predicting diameters inside bark from outside bark measurements on some Appalachian hardwoods. Journal of Forestry 72: 775 pp.
- ZAPATA, A.. 1998. Espesor de corteza en fustes de *Pinus radiata* D. Don en diferentes condiciones de crecimiento en la VIII Región. Memoria Ingeniería Forestal. Universidad de Chile. Fac. de Ciencias Agrarias y Forestales. Santiago, Chile. 57 p.

ZHANG, Y; BORDERS, B. E. y BAILEY, R. L. 2002. Derivation, fitting, and implication of a compatible stem taper-volume-weight system for intensively managed, fast growing Loblolly Pine. *Forest Science* 48 (3): 595 – 607 pp.

## ***APENDICES***

**APÉNDICE I**  
**FUNCIONES DE AHUSAMIENTO**  
**Tomadas de bibliografía**

**1.- Bruce et al. (1968)**

$$d_i^2 / d^2 = b_1 X^{1.5} + b_2 (X^{1.5} - X^3) d + b_3 (X^{1.5} - X^3) H + b_4 (X^{1.5} - X^{32}) H d + b_5 (X^{1.5} - X^{32}) H^{0.5} + b_6 (X^{1.5} - X^{40}) H^2$$

**2.- Thomas y Parresol (1991)**

$$d_i^2 / d^2 = b_1 (L - 1) + b_2 \text{sen}(c * 3,14159 * L) + b_3 \text{ctg}(3,14159 * L / 2)$$

**Fuente: Prodan (1997)**

**3.- Kozak et al. (1969)**

$$d_i^2 / d^2 = b_1 ((h_i / H) - 1) + b_2 ((h_i / H)^2 - 1)$$

Donde para 1,2 y 3:

$$X = (H - h_i) / (H - 1,3)$$

$$L = h_i / H$$

d = Dap con corteza (cm)

c = 1,5 para coníferas y 2 para latifoliadas

sen = función seno

ctg = función cotangente

**4.- Kozak (1988)**

$$d_i = b_0 d c c^{b_1} b_2^{d c c} X^c$$

Donde:

$$X = (1 - \sqrt{h_i / H}) / (1 - \sqrt{I})$$

$$c = b_3 Z^2 + b_4 \ln(Z + 0,001) + b_5 \sqrt{Z} + b_6 e^Z + b_7 (d c c / H)$$

$$Z = h_i / H$$

dcc = Dap con corteza (cm)

I = localización del punto de inflexión

**Fuente: citado por Perez et al. (1990)**

**5.- Real y Moore (1987)**

$$Y^2 - X^2 = b_1 (X^3 - X^2) + b_2 (X^8 - X^2) + b_3 (X^{40} - X^2)$$

Donde:

$$X = (H - h_i) / (H - 1,3)$$

$$Y^2 = d_i / d s c$$

dsc = Dap sin corteza



### 6.- Coffré (1981)

$$Y = b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3$$

Donde:

$$X = (H - h_i) / (H - 1,3)$$

$$Y = d_i / dcc$$

dcc = Dap con corteza (cm)

**Fuente: citados por Higuera (1994)**

### 7.- Amidon (1984)

$$d_i = b_1 dcc(H - h_i)/(H - bh) + b_2 (H^2 - h_i^2)(h_i - bh)/H^2$$

Donde:

bh = altura del pecho (1,3 m)

dcc = Dap con corteza (cm)

### 8.- Demaerschalk (1972)

$$d_i = 10^{b_0} dcc^{b_1} (H - h_i)^{b_2} H^{b_3}$$

Donde:

dcc = Dap con corteza (cm)

### 9.- Función derivada de Chapman-Richards

$$d_i = dcc\{b_1 + b_2 \ln[1 - \lambda(h_i/H)^{1/3}]\}$$

Donde:

$$\lambda = 1 - \exp(-b_1/b_2)$$

dcc = Dap con corteza (cm)

**Fuente: Biging (1984)**

### 10.- Penman (1988)

$$Y = b_1 X^2 + b_2 X^5 + b_3 X^{10} + b_4 X^{90}$$

Donde:

$$X = (H - h_i)/H$$

$$Y = (d_i/dcc)^2$$

dcc = Dap con corteza (cm)

### 11.- Newnham (1988)

$$(d_i/dcc)^k = (H - h_i)/(H - 1,3)$$

Donde:

$$K = a_0 + a_1 x^6 + a_2 (dcc/H) + a_3 x^2 (dcc/H)$$

$$x = (H - h_i)/(H - 1,3)$$

$$y = d_i/dcc$$

dcc = Dap con corteza (cm)

$K = \text{Ln}x/\text{Ln}y$

**Fuente: Kozak y Smith (1993)**

### 12.- Bi (2000)

$$d = \left( \frac{\text{Ln} \sin\left(\frac{p}{2} h\right)}{\text{Ln} \sin\left(\frac{p}{2} b\right)} \right)^k$$

$$K = a_1 + a_2 \sin\left(\frac{p}{2} h\right) + a_3 \cos\left(\frac{3p}{2} h\right) + a_4 \sin\left(\frac{p}{2} h\right) / h + a_5 dcc + a_6 h \sqrt{dcc} + a_7 h \sqrt{H}$$

Donde:

d = diámetro relativo

b = altura del pecho relativa

h = altura relativa

dcc = dap con corteza

### Para todos los modelos anteriores:

di = diámetro sin corteza medido a la altura hi del fuste (cm)

hi = altura de medición desde el suelo hasta el diámetro di (m)

H = altura total del árbol (m)

bj = coeficientes de regresión

### 13 y 14.- Funciones para bosque nativo, para diámetro al final del fuste limpio:

$$\frac{dl^2 - dfl^2}{dsc^2 - dfl^2} - x = b_1(x^4 - x) + b_2(x^2 - x)$$

$$\frac{dl - dcc}{dsc - dcc} - x = b_1(x^8 - x) + b_2(x^2 - x)$$

con:

$$x = (hfl - l) / (hfl - 1.3)$$

dl y dfl, sin corteza

**Fuente: Cox (2004)**

## APÉNDICE II

### FUNCIONES DE DIÁMETRO AL FIN DEL FUSTE LIMPIO Tomadas de bibliografía

1.-  $Y = b_0 + b_1h + b_2dh^{-0.5}$

2.-  $Y = b_0 + b_1h + b_2dh^{-1}$

3.-  $df = b_0d^{b_1}$

4.-  $df = b_0\text{EXP}(b_1d)$

5.-  $df = b_0 + b_1h + b_2(dh)^{b_3} + b_4h^{b_5}$

6.-  $Y1 = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3dh^{-0.5} + b_4h^{-1}$

**Fuente: Albornoz (1999)**

7.-  $df = b_0 + b_1H + b_2Lnd + b_3h$

**Fuente: Higuera (1994)**

8.-  $(df/d) - 1 = b_1(h/d) + b_2h^{0.5}$

9.-  $(d - df)/h = b_0 + b_1d + b_2dh^{-0.5}$

**Fuente: Cox (2004)**

Donde:

df: Diámetro comienzo de copa (sin corteza)

d: Dap con corteza (cm)

h: Altura comienzo de copa (m)

Y: df/d

Y1: (d-df)/H

H: Altura total (m)

$b_j$ : Coeficientes de regresión

## APÉNDICE III

### FUNCIÓN DE ALTURA DEL TOCÓN Tomadas de bibliografía

1.-  $htoc = b_0 + b_1d^{-1}$

**Fuente: Cox (2004)**

Donde:

htoc: altura del tocón (m)

d: Dap con corteza (cm)

$b_j$ : Coeficientes de regresión

## APÉNDICE IV

### FUNCIONES DE DIÁMETRO SIN CORTEZA Y DE ESPESOR DE CORTEZA AL DAP Tomadas de bibliografía

$$1.- dsc = b_0 dcc^{b_1} b_2^{dcc}$$

$$2.- dsc = b_0 + b_1 dcc$$

Fuente: Cox (2004)

$$3.- dsc = dcc \text{Exp}^{(1 / (b_0 + b_1 dcc + b_2 \text{Ln} dcc + b_3 \text{Ln} H))}$$

Fuente: Bi (2000)

$$4.- B = dcc / (b_0 + b_1 dcc)$$

$$5.- \log B + 1 = b_0 + b_1 \log dcc$$

$$6.- B = b_0 + b_1 dcc$$

Fuente: citados por Loetsch et al. (1973)

$$7.- B = b_0 + b_1 dcc + b_2 dcc^2$$

Fuente: Johnson y Wood (1987), citados por Valdés (2002)

Donde:

B: Doble espesor de corteza (cm)

dcc: Dap con corteza (cm)

dsc: Dap sin corteza (cm)

H: Altura total (m)

$b_j$ : Coeficientes de regresión

## APÉNDICE V

### FUNCIONES DE AHUSAMIENTO Propuestas por el autor

$$1.- Y - X = b_1(X^8 - X) + b_2(X^4 - X) + b_3(X^2 - X)$$

$$2.- Y - X = b_1(X^8 - X)dsc + b_2(X^4 - X)dsc/hf + b_3(X^2 - X)(dsc*hf)^{0.5}$$

$$3.- Y - X = b_1(X^{16} - X^4) + b_2(X^8 - X^2)dsc + b_3(X^4 - X)\text{Ln}Ht$$

Donde:

X:  $(hf - hi)/(hf - 1,3)$

Y:  $(di - df)/(dsc - df)$

df: Diámetro comienzo de copa (sin corteza)

Ht: altura total del árbol

hf: altura de comienzo de copa (m)

dsc: Dap sin corteza (cm)

$b_j$ : Coeficientes de regresión

## APÉNDICE VI

### FUNCIONES DE DIÁMETRO AL FIN DEL FUSTE LIMPIO Propuestas por el autor

- 1.-  $df = b_1d + b_2dh + b_3d^2h^{-0,5}$
- 2.-  $df = b_0 + b_1h + b_2d^2h^{-0,5} + b_3h^{-1}$
- 3.-  $df = b_0 + b_1d + b_2h + b_3d^2h + b_4dh^{0,5}$
- 4.-  $ln df = b_0 + b_1d + b_2dh + b_3d^2 h^{-1}$
- 5.-  $df = b_0 + b_1dh + b_2d_2 + b_3d_2^2$
- 6.-  $df = b_0 + d_2^2h^{b_1} + dh^{-1b_2} + d_2h^{b_3}$

Donde:

- df: Diámetro comienzo de copa (sin corteza)  
d: Dap con corteza (cm)  
h: Altura comienzo de copa (m)  
d<sub>2</sub>: Diámetro (cm) a la altura de 2 m (sin corteza)  
b<sub>j</sub>: Coeficientes de regresión

## APÉNDICE VII

### FUNCIÓN DE ALTURA DEL TOCÓN Propuestas por el autor

- 1.-  $htoc = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3d^3$
- 2.-  $htoc = b_0 + b_1d^{-1} + b_2d^{-0,5} + b_3d^2$
- 3.-  $htoc = b_0 + b_1d^{0,5} + b_2d^2 + b_3d^3$
- 4.-  $htoc = b_0 + b_1d^2 + b_2Lnd + b_3Lnd^2$
- 5.-  $htoc = b_0 + b_1d + b_2d^2$
- 6.-  $htoc = b_0 + b_1d^{-1} + b_2d^{-0,5}$

Donde:

- htoc: altura del tocón (m)  
d: Dap con corteza (cm)  
b<sub>j</sub>: Coeficientes de regresión

## APÉNDICE VIII

### FUNCIONES DE DIÁMETRO SIN CORTEZA Y DE ESPESOR DE CORTEZA AL DAP Propuestas por el autor

- 1.-  $dsc = b_0 + b_1d + b_2d^2$
- 2.-  $dsc = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3d^3$
- 3.-  $dsc = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3H + b_4H^2 + b_5dH$
- 4.-  $B = b_0 + b_1d^{b_2} + b_3(d^2)^{b_4}$
- 5.-  $\text{Log } B = b_0 + b_1Lndsc^{b_2} + Lnd^{b_3}$
- 6.-  $\text{Log } B = d^2 / (b_0 + b_1dH + b_2d^2H + b_3d^3)$

Donde:

B: Doble espesor de corteza (cm)

dsc: Dap sin corteza (cm)

d: Dap con corteza (cm)

H: Altura total (m)

$b_j$ : Coeficientes de regresión

## **APÉNDICE IX**

***Tabla 1: con la estimación del volumen del fuste limpio para cada una de las combinaciones de funciones, separados por categoría diamétrica. Se incluye el cálculo del ECM, Desviación estándar de los residuos y la DIFA, para cada combinación.***

***Tabla 2: con la estimación del volumen de la primera sección del fuste (4 m. de altura) para todas las combinaciones de funciones, separados por categoría diamétrica. Se incluye el cálculo del ECM, Desviación estándar de los residuos y la DIFA, para cada combinación.***

**Tabla 1**

Vol real (m3):		1 (m3)	Oi-Ei	2 (m3)	Oi-Ei	3 (m3)	Oi-Ei	4 (m3)	Oi-Ei	5 (m3)	Oi-Ei	6 (m3)	Oi-Ei	7 (m3)	Oi-Ei	8 (m3)	Oi-Ei
(9-35)	A	0.3054	0.092	0.3049	0.093	0.2861	0.112	0.2885	0.109	0.3334	0.064	0.3330	0.065	0.3137	0.084	0.3162	0.082
	B	0.2953	0.102	0.2948	0.103	0.2768	0.121	0.2791	0.119	0.3232	0.075	0.3228	0.075	0.3046	0.093	0.3069	0.091
		0.2203															
	A	0.1954	0.025	0.1952	0.025	0.1816	0.039	0.1839	0.036	0.1942	0.026	0.1940	0.026	0.1803	0.040	0.1827	0.038
	B	0.1891	0.031	0.1889	0.031	0.1756	0.045	0.1779	0.042	0.1879	0.032	0.1877	0.033	0.1744	0.046	0.1767	0.044
Vol real (m3):		1.2792															
(35-60)	A	1.1768	0.102	1.1776	0.102	1.1246	0.155	1.1243	0.155	1.3589	-0.080	1.3598	-0.081	1.3048	-0.026	1.3045	-0.025
	B	1.1317	0.148	1.1325	0.147	1.0840	0.195	1.0838	0.195	1.3317	-0.052	1.3325	-0.053	1.2835	-0.004	1.2833	-0.004
		1.0755															
	A	0.9554	0.120	0.9559	0.120	0.9154	0.160	0.9111	0.164	1.2154	-0.140	1.2159	-0.140	1.1729	-0.097	1.1683	-0.093
	B	0.9183	0.157	0.9188	0.157	0.8817	0.194	0.8777	0.198	1.2076	-0.132	1.2081	-0.133	1.1704	-0.095	1.1664	-0.091
Vol real (m3):		3.5206															
(60-85)	A	2.6506	0.870	2.6529	0.868	2.5257	0.995	2.5187	1.002	3.2787	0.242	3.2811	0.240	3.1444	0.376	3.1362	0.384
	B	2.7036	0.817	2.7060	0.815	2.5720	0.949	2.5640	0.957	3.2700	0.251	3.2725	0.248	3.1331	0.388	3.1247	0.396
		2.6869															
	A	2.2757	0.411	2.2776	0.409	2.1582	0.529	2.1709	0.516	2.2236	0.463	2.2254	0.462	2.1070	0.580	2.1196	0.567
	B	2.2609	0.426	2.2628	0.424	2.1418	0.545	2.1546	0.532	2.2123	0.475	2.2141	0.473	2.0937	0.593	2.1065	0.580
Vol real (m3):		5.7783															
(85-110)	A	5.2902	0.488	5.2800	0.498	5.1086	0.670	5.1169	0.661	5.0113	0.767	5.0012	0.777	4.8327	0.946	4.8409	0.937
	B	5.1930	0.585	5.1830	0.595	5.0141	0.764	5.0222	0.756	4.9253	0.853	4.9153	0.863	4.7478	1.031	4.7559	1.022
		4.2500															
	A	4.1113	0.139	5.1118	-0.862	3.9151	0.335	3.9063	0.344	5.2364	-0.986	5.2369	-0.987	5.0217	-0.772	5.0120	-0.762
	B	4.3768	-0.127	4.3772	-0.127	4.1620	0.088	4.1524	0.098	5.3194	-1.069	5.3200	-1.070	5.0939	-0.844	5.0837	-0.834
Vol real (m3):		10.2969															
(110-135)	A	10.5399	-0.243	10.4787	-0.182	10.2479	0.049	10.2250	0.072	10.8565	-0.560	10.7946	-0.498	10.5614	-0.264	10.5386	-0.242
	B	10.7234	-0.426	10.6590	-0.362	10.4161	-0.119	10.3921	-0.095	11.0027	-0.706	10.9379	-0.641	10.6937	-0.397	10.6695	-0.373
		6.7233															
	A	5.8807	0.843	5.8673	0.856	5.7187	1.005	5.6804	1.043	6.6679	0.055	6.6539	0.069	6.4993	0.224	6.4594	0.264
	B	5.8310	0.892	5.8174	0.906	5.6670	1.056	5.6282	1.095	6.5805	0.143	6.5666	0.157	6.4131	0.310	6.3735	0.350
A	RECM	0.446		0.521		0.539		0.546		0.467		0.462		0.459		0.455	0.487
	Des Res	0.361		0.510		0.375		0.380		0.492		0.487		0.470		0.465	0.442
	DIFA	0.285		0.193		0.405		0.410		0.015		0.007		0.109		0.115	0.192
B	RECM	0.474		0.520		0.538		0.545		0.467		0.461		0.458		0.476	0.492
	Des Res	0.417		0.408		0.413		0.417		0.548		0.541		0.519		0.514	0.472
	DIFA	0.261		0.269		0.384		0.390		0.013		0.005		0.112		0.118	0.194

P  
R  
O  
M



